Handbuch

der

rechnenden Aſtronomie

von

Chriſtian Friedrich Rüdiger

Profeſſor und aſtronomiſcher Obſervator zu Leipzig, der ökonomiſchen Societät daſelbſt Ehrenmitglied, auch der Königl. Groſsbritanniſchen Geſellſchaft der Wiſſenſchaften zu Göttingen Correſpondent

Erſter Band

mit zehn Kupfern

Zweyte verbeſſerte und vermehrte Ausgabe

Leipzig

in Joachims Buchhandlung

1802

PRAKTISCHE ANWEISUNG

ZUR

BERECHNUNG UND VERZEICHNUNG

DER

SONNEN-

UND

MONDFINSTERNISSE

VORNEHMLICH

IN RÜCKSICHT AUF DIE DES JAHRES 1797

VON

CHRISTIAN FRIEDRICH RÜDIGER

PROFESSOR UND ASTRONOM. OBSERVATOR ZU LEIPZIG, DER ÖKONOMISCH. SOCIETÄT DASELBST EHRENMITGLIED, AUCH DER KÖN. GROSBRITANNISCHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN CORRESPONDENT

MIT ZEHN KUPFERN

ZWEYTE VERBESSERTE UND VERMEHRTE AUSGABE

LEIPZIG

IN JOACHIMS BUCHHANDLUNG

1802

Vorrede.

Zu gegenwärtiger Schrift haben die Veranlaſſung Vorleſungen gegeben, welche ich über den ſie betreffenden Gegenſtand auf hieſiger Univerſität im Sommer 1795 gehalten habe. Ich glaubte, daſs es zum Unterricht für Anfänger und Liebhaber der Aſtronomie kein unnützes Unternehmen ſeyn würde, meinen Vortrag durch den Druck bekannt zu machen, und daſs ich dazu um ſo mehr Grund hätte, da gewöhnlich in den Lehrbüchern der theoretiſchen Aſtronomie

die Finsternissrechnungen nicht umständlich auseinandergesetzt werden, auch Röslers Handbuch der praktischen Astronomie, welches sich zwar weitläuftig über die Finsternisse verbreitet, dennoch nicht alles darüber wissenswerthe und bekannte, ja nur wenig von dem enthält, was ich hier beygebracht habe.

Leipzig den 10 März 1796

Christian Friedrich Rüdiger

Nachricht

wegen der zweyten Ausgabe.

In dieſer neuen Ausgabe iſt Seite 133 bis 138 der vorigen verbeſſert worden, desgleichen von Seite 145 an eine vollſtändigere Anweiſung zur Berechnung der Beobachtung einer Sonnenfinſterniſs, um die Länge des Beobachtungsortes zu beſtimmen, neu hinzugekommen, und ſelbige auf die hieſigen Orts am 24. Jun. 1797 beobachtete Sonnenfinſterniſs angewendet worden.

Leipzig den 31 May 1802

Der Verfaſſer

Innhalt.

Berechnung und Verzeichnung der Sonnen- und Mondfinsternisse.

Weitere Ausführung der Lehre von den Mondfinsternissen.

Bestimmung der Länge eines Orts aus Beobachtungen der Sonnenfinsternisse.

Berechnung und Verzeichnung
der
Sonnen- und Mondfinsternisse.

Vorläufige Rechnungen.

§ 1.

Das erſte Vorbereitungsſtück zur Rechnung einer Finſterniſs iſt die Beſtimmung der Zeit des mittlern Neumonds und des mittlern Vollmonds. Iſt die Zeit unbekannt, da ſich eine Finſterniſs ereignen wird, ſo muſs man alle mittlern Neu- und Vollmonde des vorgegebenen Iahres berechnen, und darinn diejenigen aufſuchen, welche ekliptiſch ſeyn werden, d. i. in welchen ſich eine Finſterniſs ereignen wird. Die Berechnung aller mittlern Neu- und Vollmonde für ein gegebenes Iahr beruhet auf der Berechnung des erſten mittlern Neumonds in dieſem Iahre. Alle darauf folgende mittlere Neu- und Vollmonde ergeben ſich alsdann blos dadurch, daſs zu dem gefundenen erſten mittlern Neumonde, die halbe mittlere ſynodiſche Umlaufszeit des ☽, welche 14 Tage 18 St. 22' 1" beträgt, mehrmal nach und nach addiret wird, bis das Iahr erſchöpft iſt. Zu dieſen Rechnungen kann man ſich mit Vortheil der Berliner Sammlung aſtronomiſcher Tafeln, Band 2. Seite 97 — 104 bedienen, wo man aber zugleich das Argument der Breite mit ausſchreiben und addiren muſs, welches die ekliptiſchen Neu- und Vollmonde auszuheben dient.

Beyspiel für 1797.

	Berliner Zeit T.	St.	′	″	Argum. der Breite = z Z.	Gr.	′	″	
1780	6	9	40	9	7	16	16	40	Tafel 2.
+ 17	20	22	53	57	11	21	29	7	— 1.
1797	27	8	34	6	7	7	45	47	☌ I.
∓ ½ ☽	14	18	22	1	0	15	20	7	Tafel 2.
Untersch.	12	14	12	5	6	22	25	40	☍ I.
Summe	42	2	56	7	7	23	5	54	☍ II.
+ ½ ☽	14	18	22	1	0	15	20	7	
	56	21	18	8	8	8	26	1	☌ II.
+ ½ ☽	14	18	22	1	0	15	20	7	
	71	15	40	9	8	23	46	8	☍ III.
	86	10	2	10	9	9	6	15	☌ III + ½ ☽ =
	101	4	24	11	9	24	26	22	☍ IV.
	115	22	46	12	10	9	46	29	☌ IV.
	130	17	8	13	10	25	6	36	☍ V.
	145	11	30	14	11	10	26	43	☌ V.
	160	5	52	15	11	25	46	50	☍ VI.
	175	0	14	16	0	11	6	57	☌ VI.
	189	18	36	17	0	26	27	4	☍ VII.
	204	12	58	18	1	11	47	11	☌ VII.
	219	7	20	19	1	27	7	18	☍ VIII.
	234	1	42	20	2	12	27	25	☌ VIII.
	248	20	4	21	2	27	47	32	☍ IX.
	263	14	26	22	3	13	7	39	☌ IX.
	278	8	48	23	3	28	27	46	☍ X.
	293	3	10	24	4	13	47	53	☌ X.
	307	21	32	25	4	29	8	0	☍ XI.
	322	15	54	26	5	14	28	7	☌ XI.
	337	10	16	27	5	29	48	14	☍ XII.
	352	4	38	28	6	15	8	21	☌ XII.

§. 2.

Aus dem Argument der Breite ergiebt ſich die Entfernung des ☽ von ſeinem nächſten Knoten, und aus letzterer laſſen ſich diejenigen Neu- und Vollmonde beſtimmen, die eine Finſterniſs haben. Nemlich *bey den mittlern Neumonden* giebt über 20° Entfernung, keine ☉finſterniſs; bey einer Entfernung $<$ 13° iſt es *gewiſs*, daſs in dem dazu gehörigen Neumonde irgendwo auf der Erde eine Sonnenfinſterniſs ſeyn werde; und endlich zwiſchen 20° und 13° Entfernung iſt die ☉finſterniſs zwar möglich, aber doch noch *ungewiſs*. *Bey den mittlern Vollmonden* giebt über 13° 21′ keine ☽finſterniſs; unter 7° 47′ allezeit eine ☽finſterniſs; und die bloſse Möglichkeit, oder Ungewiſsheit fällt zwiſchen 13° 21′ und 7° 47′. Nach dieſen Regeln iſt folgende Tafel verfertiget worden, in welcher die §. 1. geſammelten Tage des Iahres auf Monatstage gebracht, und die gewiſſen ☉- und ☽finſterniſſe mit G, die noch ungewiſſen aber mit U bezeichnet ſind. Von den ungewiſſen fallen die 2 ☉fi. am 25. May und 18. Nov. ganz weg; daſs alſo im Iahr 1797, zwey ☽fi. und zwey ☉finſterniſſe ſich ereignen werden, jene ſind alle beyde total, die ☽fi. am 9. Jun. wird bey uns unſichtbar, die vom 3. Dec. aber ſichtbar ſeyn. Die ☉fi. welche den 24. Jun. einfällt, iſt bey uns ſichtbar, hingegen die am 18. Dec. unſichtbar und klein. Daher ſoll die ſichtbare totale ☽finſterniſs den 3. December, und die ſichtbare ☉finſterniſs den 24. Junius der Gegenſtand der nächſtfolgenden Rechnungen ſeyn.

Monatstage	Argument der Breite ☾				Entfernung vom nächst. Knot.				
	Z.	Gr.	′	″	Z.	Gr.	′	″	
12. Jan.	6	22	25	40	0	22	25	40	☊ 1
27. —	7	7	45	47	1	7	45	47	☋ 1
11. Febr.	7	23	5	54	1	23	5	54	☊ 2
25. —	8	8	26	1	2	8	26	1	☋ 2
12. März	8	23	46	8	2	23	46	8	☊ 3
27. —	9	9	6	15	2	20	53	45	☋ 3
11. April	9	24	26	22	2	5	33	38	☊ 4
25. —	10	9	46	29	1	20	13	31	☋ 4
10. May	10	25	6	36	1	4	53	24	☊ 5
25. —	11	10	26	43	0	19	33	17	☋ 5 U.
9. Jun.	11	25	46	50	0	4	13	10	☊ 6 G.
24. —	0	11	6	57	0	11	6	57	☋ 6 G.
8. Jul.	0	26	27	4	0	26	27	4	☊ 7
23. —	1	11	47	11	1	11	47	11	☋ 7
7. Aug.	1	27	7	18	1	27	7	18	☊ 8
22. —	2	12	27	25	2	12	27	25	☋ 8
5. Sept.	2	27	47	32	2	27	47	32	☊ 9
20. —	3	13	7	39	2	16	52	21	☋ 9
5. Oct.	3	28	27	46	2	1	32	14	☊ 10
20. —	4	13	47	53	1	16	12	7	☋ 10
3. Nov.	4	29	8	0	1	0	52	0	☊ 11
18. —	5	14	28	7	0	15	31	53	☋ 11 U.
3. Dec.	5	29	48	14	0	0	11	46	☊ 12 G.
18. —	6	15	8	21	0	15	8	21	☋ 12 U.

Die wahre Zeit der ☌☉☽ oder ☍☉☽ in der Ekliptik zu finden.

§. 3.

Das zweyte zur Rechnung einer Finsterniſs erforderliche Stück iſt die Berechnung der Zeit des wahren Neumonds und Vollmonds: da ſucht man zuerſt für den gegebenen ekliptiſchen Neu- und Vollmond, *die Zeit der verbeſſerten ☌ und ☍*, nach der Berl. Samml. aſtr. Taf. Band 2. Seite 104. Alsdann berechnet man auf dieſe Zeit des verbeſſerten Neu- und Vollmonds, *die wahre Länge der ☉ und des ☽ in der Ekliptik.* Sind die ſolchergeſtalt gefundenen Oerter der ☉ und des ☽ bey der ☌ von einander nicht verſchieden, oder beträgt ihr Unterſchied bey der ☍, genau 6Z. 0° 0′ 0″; ſo ſind die verbeſſerten und wahren Syzygien der Zeit nach von einander nicht verſchieden. Wenn aber die Längen der Sonne und des Mondes von einander abweichen, ſo ſubtrahirt man die kleinere von der gröſsern; aus dem Längenunterſchiede wird ſich nunmehr nach Anleitung des nächſtfolgenden §, *die mittlere Zeit der wahren Conjunction und Oppoſition* nach dem Mittagskreiſe der aſtronomiſchen Tafeln finden laſſen.

Folgende Tafeln I — VI enthalten die hieher gehörigen Rechnungen.

Tafel I.

Für die Zeit der verbesserten ☌ und ☍.

	Zeit T.	St.	′	″	α Z.	Gr.	′	″	M Z.	Gr.	′	″	⊙ Z.	Gr.	′	″	a Z.	Gr.	′	″	
1797	12	14	12	5	6	22	25	40	6	8	7	27	9	23	0	1	6	13	31	45	☍ 1.
+ 5 Rev.	147	15	40	14	5	3	21	10	4	9	5	2	4	25	32	1	4	25	31	35	
+ ½	11	18	22	1	0	15	20	7	6	12	54	30	0	14	33	12	0	14	33	9	
Summe	175		14	20	0	11	6	57	5	0	6	59	3	3	5	14	11	23	36	29	☌ 6. G.
+ 5 Rev.	147	15	40	14	5	3	21	10	4	9	5	2	4	25	32	1	4	25	31	35	
+ ½	14	18	22	1	0	15	20	7	6	12	54	30	0	14	33	12	0	14	33	9	
Summe	337	10	16	35	5	29	48	14	4	2	6	31	8	13	10	27	5	3	41	13	☍ 12. G.

Für den 6ften ekliptischen Neu☽.

	Z.	Gr.	′	″
M =	5	0	6	59
a =	11	23	36	29
a + M =	4	23	43	
a − M =	6	23	29	
a + 2M =	9	23	50	
a − 2M =	1	23	23	
2α − M =	7	22	7	
XII − 2α =	11	7	46	

	+ St.	′	″	− St.	′	″
Taf. III	4	32	32			
" IV	0	27	10			
" V	-	-	-	0	4	9
" VI	0	4	12			
" VII	0	0	48			
	-	-	-	0	0	26
	0	1	29			
	0	0	35			
+	5	6	46	− 0	4	35
−	0	4	35			
+	5	2	11			

Zeit der mittl. ☌: 175 T. 0 14 20

Zeit der verbeff. ☌: Jun. 24 5 16 31 mittl. Zeit, Berl.

Für den 12ten ekliptischen Voll☽.

	Z.	Gr.	′	″
M =	4	2	6	31
a =	5	3	4	13
a + M =	9	5	48	
a − M =	1	1	35	
a + 2M =	1	7	54	
a − 2M =	8	29	28	
2α − M =	7	27	30	
XII − 2α =	0	0	24	
M =	4	2	7	

	+ St.	′	″	− St.	′	″
Taf. III	7	55	28			
" IV	-	-		1	53	21
" V	0	6	58			-
" VI	-	-	-	0	5	31
" VII	-	-	-	0	0	32
	0	0	32			
	0	1	36			
	-	-	-	0	0	1
	-	-	-	0	1	37
+	8	4	34	− 2	1	2
−	2	1	2			
+	6	3	32			

Zeit der mittl. ☍: 337 T. 10 16 35

Zeit der verbeff. ☍: Dec. 3 16 20 7 mittl. Zeit, Berl.

Tafel II.

Für die wahre Länge der ⊙ zur Zeit der verbesserten ☌.

	mittl. Länge d. ⊙.				Erdferne				Arg. I.	Arg. II.	Arg. III.	Arg. IV.
Epoche	Z.	Gr.	′	″	Z.	Gr.	′	″	☾	♃	♀	☊
1797	9	10	35	20,4	3	9	29	16	74	805	250	747
24. Jun.	5	22	29	17,9	0	0	0	32	926	439	300	26
+ 5 St.	0	0	12	19,2	0	0	0	0	7	1	0	0
16′	0	0	0	39,4	0	0	0	0	0	0	0	0
31″	0	0	0	1,3	0	0	0	0	0	0	0	0
Summen	3	3	17	38,2	3	9	29	48	7	245	550	773
Gl. d. Mittelp.	+ 0	0	12	13,6	3	3	17	38,2	Gleich.	Gleich.	Gleich.	Gleich.
verbess. ⊙	3	3	29	51,8	11	23	47	50,2	+ 0,35″	+ 6,75″	− 2,90″	− 17,84″
Summe d. 4 kl. Gl.	− 0	0	0	13,6	mittlere Anomalie der ⊙				+ 7,10″		− 20,74″	
Wahre Länge der ⊙ zur Zeit der verbesserten ☌.	3	3	29	38,2					− 13,64″			

Zeitgleichung: — 2′ 4″
um die mittlere Zeit in die wahre zu verwandeln.

Tafel III.

Für die wahre Länge der ⊙ zur Zeit der verbesserten ☍.

Epoche	mittl. Länge d. ⊙ Z.	Gr.	′	″	Erdferne Z.	Gr.	′	″	Arg. I. ☾	Arg. II. ♃	Arg. III. ♀	Arg. IV. ☊
1797	9	10	35	20,4	3	9	29	16	74	805	250	747
3. Dec.	11	2	9	47,5	0	0	1	1	412	845	577	50
+ 16 St.	0	0	39	25,6	0	0	0	0	23	2	1	0
20′	0	0	0	49,3	0	0	0	0	0	0	0	0
7″	0	0	0	0,3	0	0	0	0	0	0	0	0
Summen	8	13	25	23,1	3	9	30	17	509	652	828	797
Gl. d. Mittelp.	— 0	0	51	45,8	8	13	25	23,1	Gleich.	Gleich.	Gleich.	Gleich.
verb. Ort d. ⊙.	8	12	33	37,3	5	3	55	6,1	— 0,45″	— 3,68″	— 0,10″	— 17,19″
Summe d. 4 kl. Gl.	— 0	0	0	21,4	mittlere Anomalie der ⊙				— 21,42″			
Wahre Länge der ⊙ zur Zeit der verbesserten ☍.	8	12	33	15,9								

Zeitgleichung: + 9′ 19″
um die mittlere Zeit in die wahre zu verwandeln.

Tafel IV.

Für die wahre Länge des ☽ in der Ekliptik, zur Zeit der verbesserten ☌.

	Länge des ☽				Erdferne				☊ ☽				
	Z.	Gr.	′	″	Z.	Gr.	′	″	Z.	Gr.	′	″	
Seculargl.			+	9									
1797	10	7	5	10	9	13	28	24	3	1	14	22	
Jun. 24.	4	25	52	10	0	19	29	47	0	9	16	2	Summe
5 St.	0	2	44	42	0	0	1	24	0	0	0	40	
16′	0	0	8	47	0	0	0	4	0	0	0	2	
31″	0	0	0	17	0	0	0	0	0	0	0	0	
mittl. Länge d. ☽	3	5	51	15	10	2	59	39	—0	9	16	44	
					3	5	51	15	+3	1	14	22	
					5	2	51	36	2	21	57	38	= ☊
					mittlere Anomalie des ☽.				Nutatio. Taf. 26				= — 17,8″
									—	0	57		= Verbess. Taf. XI.
									2	21	56	41	= Verbesserte Länge des ☊ ☽

Fortſetzung der Tafel IV.

Die 10 Argum. der Länge des ☽ nebſt ihren Gleichungen aus den Tafeln 12 — 21 der Berl. Samml. Band 2.

Arg.	Z.	Gr.	′	— Gleich. ′	— Gleich. ″	+ Gleich. ′	+ Gleich. ″
1	11	23	47,8	1	12,2		
2	11	28	31,1	–	–	0	1,5
3	0	10	55,4	0	13,0		
4	5	7	34,8	–	–	0	20,4
5	7	1	51,6	–	–	43	1,9
6	6	25	39,5	0	56,3		
7	7	8	3,8	0	30,0		
8	5	9	3,8	–	–	0	12,0
9	11	18	28,0	0	23,1		
10	6	29	30,0	0	58,5		
				—4	13,1	+43	35,8

	+	39′	22,7″	Betrag der 10 kleinen Gleichungen.
	—	2	30,0	Verbeſſerung aus Taf. 10.
	+	36	52,7	
5Z.	2°	51	36,0	mittl. Anomalie des ☽
5	3	28	28,7	= Arg. XI. der Länge des ☽

Fortſetzung der Tafel IV.

		Z.	Gr.	′	″
Mittlere Länge des ☽	=	3	5	51	15
Betrag der 10 kleinen Gleichungen	=	+	0	39	22,7
1mal verbeſſerte ☽ Länge	=	3	6	30	37,7
Gleichung XI. aus Tafel 22	=	−	2	59	57,5
2mal verbeſſerte ☽ Länge	=	3	3	30	40,2
— wahre Länge der ☉	=	3	3	29	38,2
Arg. XII. der Länge des ☽	=	0	0	1	2,0
Gleichung XII. aus Tafel 23	=	+	0	0	1,27
2mal verbeſſerte ☽ Länge	=	3	3	30	40,20
3mal verbeſſerte ☽ Länge	=	3	3	30	41,5
— verbeſſ. Länge des ☊ ☽	=	2	21	56	41,0
☽ v. ☊	=	0	11	34	0,5
2. (☽ v. ☊)	=	0	23	8	1,0
— Arg. XI. der Lä. d. ☽	=	5	3	28	28,7
Arg. XIII. der Länge des ☽	=	7	19	39	32,3
Gleichung XIII. aus Tafel 24	=	−	0	1	3,7
3mal verbeſſerte ☽ Länge	=	3	3	30	41,5
Länge des ☽ in Orbita	=	3	3	29	37,8
— verbeſſ. Länge des ☊ ☽	=	2	21	56	41,0
Arg. XIV. der Länge des ☽	=	0	11	32	56,8
Gleichung XIV. aus Tafel 25	=	−	0	2	38,0
Nutatio	=	−	0	0	17,8
Gleichung XIV + Nutatio	=	−	0	2	55,8
Länge des ☽ in Orbita	=	3	3	29	37,8
Wahre Länge des ☽ in der Ekliptik zur Zeit der verbeſſerten ☌	=	3	3	26	42,0

Tafel V.

Für die wahre Länge des ☽ in der Ekliptik, zur Zeit der verbesserten ☌.

	Länge des ☽				Erdferne				☊ ☽				
	Z.	Gr.	′	″	Z.	Gr.	′	″	Z.	Gr.	′	″	
Seculargl.	0	0	0	9									
1797	10	7	5	10	9	13	28	24	3	1	14	22	
Dec. 3.	4	0	26	45	1	7	32	40	− 0	17	50	44	
16 St.	0	8	47	3	0	0	4	27	− 0	0	2	7	
20′	0	0	10	59	0	0	0	6	− 0	0	0	3	
7″	0	0	0	3,8	0	0	0	0	− 0	0	0	0	
mittl. Länge d. ☽	2	16	30	9,8	10	21	5	37	− 0	17	52	54	
					2	16	30	9,8	+ 3	1	14	22	
					3	25	24	32,8	2	13	21	28	= ☊
					mittlere Anomalie des ☽.				Nutatio. Taf.			26	= − 17,2″
									+		3	56	= Verbess. Taf. XI.
									2	13	25	24	= Verbesserte Länge des ☊ ☽.

Fortsetzung der Tafel V.

Die 10 Argum. der Länge des ☽ nebst ihren Gleichungen aus den Tafeln 12 — 21 der Berl. Samml. Band 2.

Arg.	Z.	Gr.	′	— Gleich. ′	— Gleich. ″	+ Gleich. Gr.	+ Gleich. ′	+ Gleich. ″
1	5	3	55,1	—	—	0	4	59,9
2	5	11	48,9	0	17,2			
3	7	3	58,7	—	—	0	0	39,0
4	4	3	18,3	—	—	0	0	45,0
5	8	12	29,2	—	—	1	17	8,7
6	1	16	24,4	—	—	0	1	33,4
7	3	8	34,1	—	—	0	0	48,5
8	10	21	29,4	0	21,0			
9	6	0	48,2	—	—	0	0	1,6
10	2	8	32,4	0	24,9			
				—1	3,1	+1	25	56,1

$+1^{\circ}\ 24'\ 53{,}0''$ Betrag der 10 kleinen Gleichungen.
$+0\quad 10\quad 16{,}8$ Verbesserung aus Tafel 10.

$+1\quad 35\quad 9{,}8$
3 Z. 25 24 32,8 mittlere Anomalie des ☽

3 26 59 42,6 = Arg. XI. der Länge des ☽

Fortsetzung der Tafel V.

		Z.	Gr.	′	″
Mittlere Länge des ☽	=	2	16	30	9,8
Betrag der 10 kleinen Gleichungen	=	+	1	24	53,0
1mal verbesserte ☽ Länge	=	2	17	55	2,8
Gleichung XI. aus Tafel 22	=	−	5	47	27,0
2mal verbesserte ☽ Länge	=	2	12	7	35,8
— wahre Länge der ☉	=	8	12	33	15,9
Arg. XII. der Länge des ☽	=	5	29	34	19,9
Gleichung XII aus Tafel 23.	=	−	0	0	33,4
2mal verbesserte ☽ Länge	=	2	12	7	35,8
3mal verbesserte ☽ Länge	=	2	12	7	2,4
— verbess. Länge des ☊ ☽	=	2	13	25	24,0
☽ v. ☊	=	11	28	41	38,4
2 (☽ v. ☊)	=	11	27	23	16,8
— Arg. XI. der Länge des ☽	=	3	26	59	42,6
Arg. XIII. der Länge des ☽	=	8	0	23	34,2
Gleichung XIII. aus Taf. 24	=	−	0	1	12,4
3mal verbesserte ☽ Länge	=	2	12	7	2,4
Länge des ☽ in Orbita	=	2	12	5	50,0
— verbess. Länge des ☊ ☽	=	2	13	25	24,0
Arg. XIV. der Länge des ☽	=	11	28	40	26,0
Gleichung XIV. aus Tafel 25	=	+	0	0	18,6
Nutatio	=	−	0	0	17,2
Gleichung XIV + Nutatio	=	+	0	0	1,4
Länge des ☽ in Orbita	=	2	12	5	50,0
Wahre Länge des ☽ in der Ekliptik zur Zeit der verbesserten ☍.	=	2	12	5	51,4

Zur Zeit der verbesserten ☌		Zur Zeit der verbesserten ☍	
Wahre Länge	Z. Gr. ′ ″	Wahre Länge	Z. Gr. ′ ″
der ⊙	= 3 3 29 38,2	der ⊙	= 8 12 33 15,9
des ☽ in d. Ekl.	= 3 3 26 42,0	des ☽ in d. Ekl.	= 2 12 5 51,4
Unterschied	= 0 0 2 56,2	Unterschied	= 6 0 27 24,5
od. ⊙ ∽ ☽		od. ⊙ ∽ ☽	= 0 0 27 24,5

§. 4.

Aus den astronomischen Tabellen berechnet man die stündliche Bewegung der ⊙ = h; und die stündliche Bewegung des ☽ in der Ekliptik = H; so ergiebt sich H — h. Hierauf schliesst man nach folgender Proportion:

H — h : 1 St. od. 3600″ = ⊙ ∽ ☽ : Unterschied der Zeiten der verbesserten und wahren ☌ oder ☍,

und addirt diesen Unterschied zur Zeit der verbesserten ☌ oder ☍, wenn die wahre Länge der ⊙ zur Zeit der verbesserten {☌ oder ☍ — 6Z} grösser als die Länge des ☽ in der Ekliptik ist: subtrahirt denselben aber von der Zeit der verbesserten ☌ oder ☍, wenn die wahre Länge der ⊙ zur Zeit der verbesserten {☌ oder ☍ — 6Z} kleiner als die Länge des ☽ in der Ekliptik ist. Die Summe oder der Rest giebt *die mittlere Zeit der wahren ☌ oder ☍* der ⊙ und des ☽ unter dem Mittagskreise der astr. Tafeln. Man sehe Tafel VII — IX.

Tafel VII.

Aus der Berlin. Samml. aſtr. Tafeln, Band 1. Taf. 17. Seite 263, giebt Arg: mittlere Anomalie der ⊙ nach §. 3. Tafel II. und III.

Zur Zeit der verbeſſerten ☌	Zur Zeit der verbeſſerten ☍
Z. Gr. ′	Z. Gr. ′
= 11 23 47,8	= 5 3 55,1
die *ſtündliche Bewegung d.* ⊙	die *ſtündliche Bewegung d.* ⊙
= 2′ 23,0″ = h	= 2′ 32,4″ = h
den *Halbmeſſer der* ⊙	den *Halbmeſſer der* ⊙
= 15′ 46,9″	= 16′ 17,4″
den *Durchmeſſer der* ⊙	den *Durchmeſſer der* ⊙
= 31′ 33,9″	= 32′ 34,9″

Tafel VIII.

Die ſtündliche Bewegung des ☽ in der Ekliptik ergiebt ſich vermittelſt der 14 Argumente der Länge des ☽, §. 3. Tafel IV u. V. aus der Berliner Samml. aſtr. Taf. Band 2. ☽taf. 53 — 67 folgendergeſtalt:

Zur Zeit der verbeſſerten ☌

Arg. der Länge d. ☽	+ Gleich. ′	+ Gleich. ″	— Gleich. ′	— Gleich. ″
1	0	0,5		
2	—	—	0	1,0
3	—	—	0	1,3
4	0	0,6		
5	0	35,8		
6	—	—	0	0,9
7	—	—	0	0,2
8	—	—	0	0,2
9	—	—	0	0,2
10	0	1,0		
11	36	18,8		
12	0	39,5		
13	—	—	0	0,8
Summ.	+37	36,2	−0	4,6

ſtündl. Bewegung des ☽ in Orbita + 37′ 31,6″

Arg. 14 giebt Taf. 66 — 7,1″ für 32′ 56″
Taf. 67 — 1,14. — 7,1″ = — 8,09″
+ 37′ 31,60

ſtündl. Bewegung des ☽ in der Ekliptik 37 23,5 = H

Zur Zeit der verbeſſerten ☍

Arg. der Länge des ☽	+ Gleich. ′	+ Gleich. ″	— Gleich. ′	— Gleich. ″
1	—	—	0	0,4
2	0	0,9		
3	0	1,1		
4	0	0,3		
5	0	12,2		
6	0	0,7		
7	—	—	0	0,1
8	0	0,2		
9	—	—	0	0,2
10	—	—	0	1,5
11	34	24,[illegible]		
12	0	41,5		
13	—	—	0	0,6
Summ.	+35	21,7	−0	2,8

ſtündl. Bewegung des ☽ in Orbita + 35′ 18,9″

Arg. 14 giebt Taf. 66 — 7,8″ für 32′ 56″
Taf. 67 — 1,07. — 7,8″ = — 8,3
+ 35 18,9

ſtündl. Bewegung des ☽ in der Ekliptik 35 10,6 = H.

Tafel IX.

Zur Zeit der verbesserten ☌.
H = 37′ 23,5″ Tafel VIII.
h = 2 23,0 — VII.

H h = 35 0,5
☉∽☽ = 2 56,2 — VI.
35′0,5″ : 3600″ = 2′ 56,2″ : + 5′ 2″
Zeit der verbesserten ☌: 1797 Jun. 24. 5 St. 16 31

1797 Jun. 24. 5 21. 33
Mittlere Zeit der wahren ☌ zu Berlin.

Zur Zeit der verbesserten ☍.
H = 35′ 10,6″ Tafel VIII.
h = 2 32,4 — VII.

H h = 32 38,2
☉∽☽ = 27 24,5 — VI.
32′38,2″ : 3600″ = 27′24,5″ : + 50′23″
Zeit der verbesserten ☍: 1797 Dec. 3 16 St. 20 7

1797 Dec 3 17 10 30
Mittlere Zeit der wahren ☍ Berliner Uhr.

---

§. 5.

Diese eben gefundene mittlere Zeit unter dem Mittagskreise der Tafeln verwandelt man nunmehro durch die Zeitgleichung in wahre, und, wenn man will, durch den Unterschied der Mittagskreise in die Zeit desjenigen Orts, für welchen die Finsterniss berechnet werden soll. Für die Zeit der wahren ☌ oder ☍ sucht man den wahren Ort der ☉ und des ☽ in der Ekliptik, welches hier durch einfache Proportionaltheile, mittelst der bereits gefundenen stündlichen Bewegungen der ☉ und des ☽ in der Ekliptik, §. 4, Taf. VII. und VIII geschehen kann; so werden für die ☌, die Oerter der ☉ und des ☽ einerley, für die ☍ aber, um 6Z. von einander unterschieden seyn müssen.

Tafel X.

Mittlere Zeit der wahren ☋ zu Berlin
1797 24. Jun. 5 St. 21′ 33″
Zeitgleich. §. 3. Taf. II. — 2 4

1797 24 Jun. 5 19 29
Wahre Zeit der wahren ☋ zu Berlin.

1 St.: 2′ 23″ od. h = 5′ 2″ (§. 4. Taf. IX): + 12″
Länge der ☉ zur Zeit der
verbesserten ☋ §. 3. Taf. II. 3Z. 3° 29′ 38″

Wahre Länge der ☉ 3 3 29 50
zur Zeit der wahren ☋ = ☉ v

1 St.: 37′ 23,5″ oder H = 5′ 2″: + 3′ 8″
Länge des ☽ in der Eklipt. zur Zeit
der verbess. ☋ §. 3. Tafel IV. 3Z. 3° 26 42

Länge des ☽ in der Ekliptik 3 3 29 50
zur Zeit der wahren ☋

☉ v = 3 3 29 50

Unterschied = 0 0 0 0

Mittlere Zeit der wahren ☊ zu Berlin
1797 3. Dec. 17 St. 10′ 30″
Zeitgleich. §. 3. Taf. III. + 9 19

1797 3. Dec. 17 19 49
oder 4. Dec. 5 19 49 früh
Wahre Zeit der wahren ☊ zu Berlin.

1 St.: 2′ 32,4″ od. h = 50′ 23″ (§. 4. Taf. IX): + 2′ 8″
Länge der ☉ zur Zeit der ver-
besserten ☊. §. 3. Tafel III. 8Z. 12° 33′ 16″

Wahre Länge der ☉ 8 12 35 24
zur Zeit der wahren ☊ = ☉ v

1 St.: 35′ 10,6″ od. H = 50′ 23″: + 29′ 32,3″
Länge des ☽ in der Eklipt. zur Zeit
der verbess. ☊ §. 3. Taf. V. 2Z. 12° 5′ 51,4″

Länge des ☽ in der Ekliptik 2Z. 12° 35 24
zur Zeit der wahren ☊.

☉ v = 8 12 35 24

Unterschied = 6 0 0 0

Die übrigen wesentlichen Vorbereitungsstücke zur Berechnung der ☉- und ☽finsternisse aus den astronomischen Tabellen zu finden.

§. 6.

Diese sind die ☽breite zur Zeit der ☌ oder ☍, nebst ihrer stündlichen Veränderung; die Horizontalparallaxe des ☽ unterm Aequator; die ☉parallaxe; der ☉- und ☽halbmesser. Als Anleitung zur Berechnung dieser Stücke aus den astronomischen Tafeln, dienen die Darstellungen in den nächstfolgenden Tafeln XI — XVIII.

Tafel XI.

Für die wahre Breite des ☽ zur Zeit der verbesserten ☌.

Arg der ☽breite	Z.	Gr.	′	+ Gleich. Gr.	′	″	— Gleich. Gr.	′	″
1	0	11	32,95	1	1	46,6			
2	11	18	27	—	—	—	0	1	45,95
3	0	17	45	0	0	0,6			
4	7	8	41	0	0	10,9			
5	2	5	50	—	—	—	0	0	22,0
6	9	2	58	—	—	—	0	0	2,7
7	11	12	15	0	0	2,5			
8	11	24	39	0	0	0,3			
9	4	21	19	—	—	—	0	0	1,4
10	6	15	35	—	—	—	0	0	4,0
11	1	12	44	—	—	—	0	0	4,1
		Summen		+ 1	2	0,9	— 0	2	20,2

+ 59′ 40,7″
Nördliche ☽breite
zur Zeit der verbesserten ☌

Tafel XII.

Für die wahre Breite des ☽ zur Zeit der verbesserten ☍.

Arg. der ☽breite	Z.	Gr.	′	+ Gleich. Gr.	′	″	— Gleich. Gr.	′	″
1	11	28	40,43	–	–	–	0	7	9
2	0	0	25	0	0	4			
3	6	24	45	–	–	–	0	0	0,8
4	8	3	16	0	0	15,6			
5	4	7	51	–	–	–	0	0	19,0
6	0	12	27	0	0	0,6			
7	5	4	20	–	–	–	0	0	3,6
8	6	26	30	0	0	1,7			
9	3	25	49	–	–	–	0	0	2,0
10	8	5	0	–	–	–	0	0	13,6
11	4	9	36	–	–	–	0	0	4,6
		Summen		+ 0	0	21,9	— 0	7	52,6

— 7′ 30,7″
Südliche ☽breite
zur Zeit der verbesserten ☍

Tafel XIII.

Für die stündliche Veränderung der ☽breite zur Zeit der ☍.

Arg. der ☽breite	Z.	Gr.	′	+ Gleich. ′	″	— Gleich. ′	″
1	0	11	32,95	2	55,1		
2	11	18	27	0	4,2		
Summe:				+ 2	59,3		

Summe: + 2 59,3 stündliche Veränderung der ☽breite, für 32′ 56″ Bewegung des ☽ in Orbita.

Die stündliche Bewegung des ☽ in Orbita = 37′ 31,6″ (§. 4. Tafel VIII.) giebt ☽taf. 67: 1,14. (+2′ 59,3″) = + 3′ 24,4″ *stündliche Zunahme der nördlichen ☽breite* zur Zeit der ☍.

Tafel XIV.

Für die ſtündliche Veränderung der ☽breite zur Zeit der ☋.

Arg der ☽breite	Z.	Gr.	′	+ Gleich. ′	″	— Gleich. ′	″
1	11	28	40,43	2	58,8		
2	0	0	25	0	4,3		
Summe:				+ 3	3,1		

ſtündliche Veränderung der ☽breite, für 32′ 56″ Bewegung des ☽ in Orbita.

Die ſtündliche Bewegung des ☽ in Orbita = 35′ 18,9″ (§. 4. Tafel VIII) giebt ☽taf. 67: 1,07.(+3′ 3,1″) = + 3′ 15,9″ *ſtündliche Abnahme der ſüdlichen ☽breite* zur Zeit der ☋.

Tafel XV.

Für die wahre Breite des ☽ zur Zeit der wahren ☊.

1 St: 3′ 24,4″ (Taf. XIII) = 5′ 2″ (§. 4. Taf. IX) : + 17,1″
Nördl. ☽breite zur Zeit der verbeſſert. ☊ = + 59′ 40,7
Tafel XI.

Summe = 59 57,8
Nördliche ☽breite zur Zeit der wahren ☊

Tafel XVI.

Für die wahre Breite des ☽ zur Zeit der wahren ☋.

1 St.: 3′ 15,9″ (Taf. XIV) = 50′ 23″ (§. 4. Taf. IX) : + 2′ 44,5″
Südl. ☽breite zur Zeit der verbeſſerten ☋ = — 7 30,7
Tafel XII.

Summe = 4 46,2
Südliche ☽breite zur Zeit der wahren ☋.

Tafel XVII.

Für die Horizontal-Parallaxe des ☽ unter dem Aequator, den ☉- und ☽ Halbmesser, und die ☉parallaxe zur Zeit der ☌.

Arg. der Läng. d. ☽ §. 3. Taf. IV.	+ Gleich. ′	″	— Gleich. ′	″
1	0	0,3		
2	—	—	0	0,7
3	—	—	0	0,8
4	—	—	0	0,1
5	0	31,8		
6	—	—	0	0,9
7	—	—	0	0,4
8	—	—	0	0,2
9	0	0,4		
10	0	0,8		
11	60	5,0		
12	0	25,2		
13	—	—	0	0,6
Summe:	+61	3,5	—0	3,7

60′ 59,8″ Horizont. Parall. d. ☽ unt. Aequator
giebt ☽taf. 52: ☽ Durchmesser = 33′ 14,7″
☽ Halbmesser = 16 37,35
Aus ☉taf. 27: Horizontalparall. der ☉ = 0 8
— §. 4. Tafel VII. ☉ Halbmesser = 15 46,9

Tafel XVIII.

Für die Horizontal-Parallaxe des ☽ unter dem Aequator, den ☉- und ☽ Halbmesser, und die ☉parallaxe zur Zeit der ☍.

Arg. der Läng. des ☽ §. 3. Taf. V.	+ Gleich. ′	″	— Gleich. ′	″
1	—	—	0	0,3
2	0	0,7		
3	0	0,7		
4	—	—	0	0
5	0	11,0		
6	0	0,7		
7	—	—	0	0,1
8	0	0,2		
9	0	0,4		
10	—	—	0	1,3
11	58	30,0		
12	0	27,2		
13	—	—	0	0,4
Summen:	+59	10,9	—0	2,1

59′ 8,8″ Horizont. Parall. d. ☽ unt. Aequator
giebt ☽taf. 52: ☽ Durchmesser = 32′ 14,1″
☽ Halbmesser = 16 7
Aus ☉taf. 27: Horizontalparall. der ☉ = 0 9
— §. 4. Tafel VII. ☉ Halbmesser = 16 17,4

Die Neigung der relativischen Bahn des ☽, und die stündliche Bewegung des ☽ in seiner relativischen Bahn zu finden.

§. 7.

Noch eine Vorbereitungsrechnung für die ⊙- und ☽finsternisse ist die Bestimmung der Neigung der relativischen Bahn des Mondes, und der stündlichen relativischen Bewegung desselben. Hiezu dienen folgende 2 Proportionen : I.) H — h : stündlichen Veränderung der ☽breite = Sin. tot. : Tang der relat. Neigung. II.) Cos der relat. Neigung : Sin. tot. = H -- h : stündlichen Bewegung des ☽ in der relativ. Bahn. Beyde Proportionen werden in der folgenden Taf. XIX. auf die zu berechnende ⊙- und ☽finsterniss angewendet. Das Complement der relativischen Neigung ist der *Winkel der ☽bahn mit dem Breitenkreise*, und dieser letztere ist {Westlich / Oestlich} wenn die ☽breite, sie mag Nördlich oder Südlich seyn, {zunimmt / abnimmt}.

T a f e l XIX.

Zur Zeit der ☋

I) H — h od. 35′ 0,5″ (§. 4. Taf. IX.) : 3′ 24,4″ (§. 6. Taf. XIII.) = r : Tang. Neig. d. i.

2100,5″ : 204,4″ = r : Tang. Neig.
 10 + log. 204,4 = 12,310 4809
 — log. 2100,5 = 3,322 3127

Log Tang. Neig. = 8,988 1582
die relativiſche Neig. = 5° 33′ 29″
 ſubtrahirt von 90 0 0

Wink. d. ☽bahn mit d. Breit. kr. = 84 26 31 Weſtl.

II) Cos 5° 33′ 29″ : r = 2100,5″ :
 10 + log. 2100,5 = 13,322 3227
 — log. Cos 5° 33′ 29″ = 9,997 9534

Log. 2110,4″ = 3,324 3693
2110,4″ = 35′ 10,4″ d. i. die ſtündliche Bewegung des ☽ in der relativiſchen Bahn.

Zur Zeit der ☊.

I) 32′ 38,2″ : 3′ 15,9″ (§. 6. Tafel XIV) = r : Tang. Neig. d. i.

1958,2″ : 195,9″ = r : Tang. Neig.
 10 + log. 195,9 = 12,292 0344
 — log. 1958,2 = 3,291 8570

Log Tang Neig. = 9,000 1774
relativiſche Neig. = 5° 42′ 46″
 ſubtrahirt von 90 0 0

Wink. d. ☽bahn mit d. Breit. kr. = 84 17 14 Oeſtl.

II) Cos 5° 42′ 46″ : r = 1958,2″ :
 10 + log. 1958,2 = 13,291 8570
 — log. Cos 5° 42′ 46″ = 9,997 8376

Log. 1968″ = 3,294 0194
1968″ = 32′ 48″ ſtündliche Bewegung des ☽ in ſeiner relativiſchen Bahn.

In den Mondfinsternissen

Den verbesserten Halbmesser des Erdschattens zu finden.

§. 8.

Er ist = Horizontal-Parallaxe des ☽ unterm Aequator + Horizontal-Parallaxe der ⊙ — ⊙ Halbmesser

$$+ \frac{\text{Horizontal-Par. d. ☽ unt. Aeq.} + \text{Horiz. Parall. d. ⊙.}}{60}$$

(Nach der gemeinen Bestimmung setzt man ihn nur = Horiz. Par. d. ☽ unt. Aeq. + Hor. Par. d. ⊙ — ⊙ Halbm.)

Für die zu berechnende ☽finsterniss 1797. Dec. 3. ist demnach der verbesserte Halbmesser des Erdschattens = 59′ 9″ + 9″ — 16′ 17″ + 59″ (§. 6. Taf. XVIII.) = 44′ 0″.

Regeln, nach welchen sich beurtheilen läſst, ob ein Voll☽ sicher eine ☽fi. mit sich bringen, und von welcher Art dieselbe seyn werde.

§. 9.

Regel 1. Wenn die ☽breite zur Zeit der wahren ☍ gröſser als die Summe der Halbmesser des Erdschattens und des ☽ ist; so wird keine ☽fi. sich ereignen. Ist die ☽breite der Summe der Halbmesser des Erdschattens und ☽ gleich; so wird der Rand des ☽ den Erdschatten blos berühren. Wenn hingegen der Abstand der Mittelpunkte vom ☽ und Erdschatten, oder die ☽breite kleiner als die Summe der Halbmesser des Erdschattens und des

Mondes iſt; ſo wird gewiſs ſich eine Mondfinſterniſs ereignen, und dieſelbe wird um ſo gröſser ſeyn, je geringer die Breite des Mondes iſt.

Regel 2. Wenn die ☽breite = Halbmeſſer des Erdſchattens — ☽halbmeſſer; ſo wird die ☽finſterniſs zwar gänzlich oder total, aber von keiner Dauer ſeyn.

Regel 3. Iſt die Breite des ☽ < Halbmeſſer des Erdſchattens — ☽halbmeſſer; ſo iſt die ☽finſterniſs *total mit einer Dauer*, und es entſtehet eine deſto längere Verdunkelung am Monde, je kleiner die Breite des Mondes als der erwähnte Unterſchied iſt. Hat der ☽ zur Zeit ſeiner wahren ☍ gar keine Breite, d. i. rückt ſein Mittelpunkt genau durch den Mittelpunkt des Erdſchattens; ſo wird die ☽finſterniſs *central und von der gröſsten Dauer* ſeyn. Bey denjenigen centralen ☽finſterniſſen aber, die, wenn der ☽ Erdnah iſt, ſich ereignen, iſt die Dauer am allergröſsten.

Regel 4. Partiale ☽finſterniſſe ereignen ſich, wenn die ☽breite > Halbmeſſer des Erdſchattens — ☽halbmeſſer, aber < Halbmeſſer des Erdſchattens + ☽halbmeſſer. Sie ſind alſo um ſo gröſser, je kleiner die ☽breite in Vergleichung mit der Summe der Halbmeſſer des Erdſchattens und des Mondes iſt.

Wendet man dieſe Regeln auf die ☽fin. 1797. Dec. 3 an, ſo findet ſich *nach Regel 1*: Der verbeſſerte Halbmeſſer des Erdſchattens + ☽halbmeſſer d. i. $44' \, 0'' + 16' \, 7'' = 60' \, 7'' > 4' \, 46''$ ☽breite zur Zeit der wahren ☍; und *nach Regel* 3: $44' \, 0'' - 16' \, 7'' = 27' \, 53'' > 4' \, 46''$ alſo die ☽fi. *total mit einer Dauer.*

Für die Sonnenfinſterniſſe

Den Winkel der Ekliptik mit dem Meridian, den Halbmeſſer der Erde, des ☽halbſchattens und des wahren Schattens, die Abweichung und gerade Aufſteigung der Sonne zu finden.

§. 10.

Der Winkel der Ekliptik mit dem Meridian wird vermittelſt der wahren Länge der ⊙ zur Zeit der wahren ☌ = ⊙v (§. 5. Tafel X.) aus der Berlin. Samml. aſtr. Tafeln, Band 1. ⊙taf. 22 und 24 gefunden, und ergiebt ſich demnach für die ⊙fi. 1797. Jun. 24. folgendergeſtalt:

Arg. ⊙v = 3Z. 3° 29′ 50″ giebt	⊙taf. 24 giebt die ſcheinbare
⊙taf. 22. 88 28 53 weſtl.	Schiefe der Ekliptik = 23° 27′ 58″
Verbeſſerung = + 0 0,6	Ebendieſ. ⊙taf. 22 = 23 28 15
Winkel der = 88 28 53,6 We	Unterſchied = 0 0 17
Eklipt. mit dem Meridian, zur Zeit	60″: 2″ = 17″: Correct. + 0,6″
der wahren ☌	

§. 11.

Der Halbmeſſer der Erde iſt = Horizontal-Parallaxe des ☽ unt. Aequator — Horizontal-Parallaxe der ⊙.

Der Halbmeſſer des Mondhalbſchattens iſt = ☽halbmeſſer + ⊙halbmeſſer.

Der Halbmeſſer des wahren Schattens iſt = ☽halbmeſſer — ⊙halbmeſſer.

Dem zu Folge iſt für die ⊙fi. 1797 Jun. 24 (§. 6. Taf. XVII)
d. Halbmeſſer der Erde = 60′ 59,8″ — 0′ 8″ = 60′ 52″;
d. Halbm. d. ☽halbſchat = 16 37 + 15 47 = 32 24;
d. Halbm. d. wahr. Schat. = 16 37 — 15 47 = + 0 50
dies zeigt an, daſs der ☽ bey dieſer ⊙fi. die ⊙ *total* bedecken kann.

§. 12.

Die {Abweichung / gerade Aufſteig} der Sonne zur Zeit der wahren ☌ ergiebt ſich mit ⊙v. aus der Berl. Samml. aſtr. Taf. Band 1. ⊙taf. {21, 24 / 20, 24} folgendergeſtalt:

Arg.: ⊙v. = 3Z. 3° 29′ 50″

Für die Abweichung der ⊙

⊙t. 21. { 60″ : 59,8″ = 17″ (§. 10) : Cor − 16,9″
Abweich. der ⊙ = 23° 25′ 28.3″ N

Abweichung der ⊙ zur Zeit der wahren ☌. = 23 25 11 N.

Für die gerade Aufſteig. der ⊙

⊙t. 20 { 60″ : 1,8″ = 17″ : Corr. − 0,5″
Reduktion = 0° 18′ 51.4

Reduktion auf den Aeq.	= + 0 18 50,9
⊙v.	= 3Z. 3. 29 50
Summe	= 3 3 48 41
3Z.	= 0 90 0 0
Gerade Aufſteigung der ⊙ zur Zeit der wahren ☌.	= 93 48 41

Eine Projektion für eine ☽finſterniſs zu verfertigen.

§. 13.

Die hiezu nöthigen *Elemente* nimmt man aus den vorhergehenden Rechnungen nach den aſtronomiſchen Tafeln, wie die Anordnung derſelben in der nächſtfolgenden Tafel XX zeigt. Hierauf verfertigt man ſich einen *Maaſsſtab*, der die Länge von 60′ hat, und vielfache oder einzelne Sekunden angiebt. Jeder ſogenannte verjüngte Maaſsſtab theilt die Minuten von 6 zu 6 Sekunden ein; ich will ihn alſo hier nicht verzeichnen, weil er ſich in jedem mathematiſchen Reiſszeug befindet. Fig. I; II; III und IV zeigen noch andere Einrichtungen, wie Maaſsſtäbe zu gegenwärtiger Abſicht eingetheilt werden können.

Tafel XX.

Elemente der Mondfinsterniss den 4. Dec. 1797
Berliner Zeit.

Wahre Zeit des wahr. Vollm. §. 5 Taf. X.	5U.	19′	49″	Früh
Wahre Breite des Mondes §. 6. Tafel XVI		4	46	Südl.
Halbmesser des Erdschattens, verbessert §. 8		44	0	
Halbmesser des Mondes §. 6. Taf. XVIII.		16	7	
Summe der Halbm. des Erdschatt. u. ☽ §. 9.		60	7	
Stündl. Beweg. des ☽ von der ☉ §. 7. Taf. XIX.		32	48	
Wink. d. ☽bahn mit d. Breitenk. §7. T. XIX.	84°	17	14	östl.
Untersch. der Halbm. des Erdschatt. u. ☽ §. 9.		27	53	

Beschreibung des Entwurfs Fig. V. nach Tafel XX und einem Maasstab von 4 zu 4 Sekunden.

§ 14.

1) Man ziehe auf einem Regalbogen die gerade Linie A B oder die Ekliptik.
2) Desgleichen die Perpendikularlinie DC, d. i. den Breitenkreis.
3) Auf dem Maasstabe nehme man vermittelst eines Zirkels den Halbmesser des Erdschattens = 44 Minuten 0 Sekunden.
4) Und ziehe damit aus C den ganzen Kreis Q R.
5) Linker Hand oder bey A schreibe man Osten, rechter Hand oder bey B Westen, oben bey Q Norden, und unten bey D Süden.
6) Von dem Maasstabe nehme man die wahre Breite des Mondes zur Zeit des Vollmonds = 4 Minuten 46 Sekunden, *Südlich.*
7) Und trage sie auf die Linie DC, aus C in L, *unterwärts*, so wird L der wahre Ort des Mondes zur Zeit der Opposition seyn.

8) An den Punkt L trage man, vermittelſt eines Tranſporteurs, den Winkel der Mondbahn mit dem Breitenkreiſe, der hier öſtl. iſt, das iſt, man mache den Winkel CLF = 84° 17′ 14″ öſtlich, und ziehe eine unbeſtimmte gerade Linie FLI; ſo iſt dieſelbe die Mondbahn zur Zeit der Finſterniſs.

9) Nun nehme man vermittelſt des Zirkels auf dem Maasſtabe die Summe der Halbmeſſer des Erdſchattens und des Mondes = 60′ 7″, und indem man den einen Fuſs des Zirkels in den Mittelpunkt C ſetzt, mache man mit dem andern Schenkel des Zirkels Einſchnitte in F und I der Mondbahn.

10) So wird I der Ort des Mondes in ſeiner Bahn zur Zeit des Anfangs der Finſterniſs, und F der Ort des Mondes am Ende der Finſterniſs ſeyn.

11) Aus C fälle man auf die ☽bahn F I, eine Perpendikularlinie CM, dieſe halbirt das Stück der ☽bahn F I.

12) Der Punkt M iſt der Ort des Mondes im Mittel der Finſterniſs oder zur Zeit der gröſten Verdunkelung.

13) Und das Stück der ☽bahn M L giebt die Zeit zwiſchen der Oppoſition in L und dem Mittel der Finſterniſs im M.

14) Mit dem Zirkel nehme man auf dem Maaſsſtabe den Halbmeſſer des Mondes = 16 Minuten 7 Sekunden.

15) Und ziehe 3 Kreiſe aus den Mittelpunkten I, M, F, dieſe ſtellen die Mondſcheibe vor: in I oder beym Anfange der ☽finſterniſs, in M der gröſsten Verdunkelung oder dem Mittel, und in F dem Ende der Finſterniſs.

Nun ſind aus dieſem Entwurfe die wahren Zeiten des Anfangs, Mittels und Endes der ☽finſterniſs zu finden. Dieſes geſchiehet folgendergeſtalt:

16) Auſſerhalb des Entwurfs ziehe man an einer Seite deſſelben eine gerade Linie ſo groſs als die ſtündliche Bewegung des ☽ von der Sonne = 32 Minuten 48 Sekunden.

17) Theile ſie in 60 gleiche Theile ein, und den 60ſten Theil wieder in 4 kleinere Theile, wodurch man die Zeit von 15″ zu 15″ erhalten wird.

18) So kann man vermittelſt dieſes neuen Maaſes die Linien M L, M I und M F in Zeit beſtimmen.

19) Die Gröſse der Finſterniſs oder die gröſte Verdunkelung am Monde zu finden, theile man den Durchmeſſer des ☽ = 32′ 14″, fürs erſte in 12 gleiche Theile oder ekliptiſche Zolle; hierauf theile man den 12ten Theil, wenn es geſchehen kann, in 60 Minuten, oder wenigſtens in $\left\{\begin{matrix}4\\6\\8\end{matrix}\right.$ gleiche Theile, davon jeder $\left.\begin{matrix}15\\10\\7\frac{1}{2}\end{matrix}\right\}$ Minuten beträgt; ſo wird ſich leicht hieraus die Gröſse H N der ☽finſterniſs in ekliptiſchen Zollen und 60ſten Theilen eines Zolles oder Minuten ergeben.

20) Verlangt man die Zeiten zu wiſſen, welche den Phaſen der Immerſion oder Emerſion einzelner Zolle, oder bey totalen Mondfinſterniſſen der gänzlichen Immerſion und Emerſion, zu gehören, z. E. wenn der ☽, 1 Zoll, 2 Zoll, 3 Zoll, etc. verfinſtert wird; ſo nimmt man

21) Für die Phaſis von $\left\{\begin{matrix}1\\2\end{matrix}\right\}$ Zoll, mit dem Zirkel die Summe der Halbmeſſer des Erdſchattens und des ☽ weniger $\left\{\begin{matrix}1\\2\end{matrix}\right\}$ Zoll; u. ſ. w.

22) Für die Immersion in E, den Halbmesser des Erdschattens weniger den Halbmesser des Mondes = 27′ 53″

23) Und macht aus C einen Durchschnitt auf der ☽bahn im Punkte {I, II, etc., E} so wird {J I, J II, etc., J E} auf dem neuen Maaſse gemessen, die Zeit anzeigen, welche seit dem Anfange der ☽finsternifs bis zur {Verdunkel. eines Zolles; — von 2 Zoll; — — etc.; Immersion} verflossen ist.

24) Auf eine ähnliche Art werden die Emersionen bestimmt.

25) Aus d. Zeichn. erg. sich also in Zeit: ML = 50″
Die halbe Dauer der ☽finsternifs MI = MF = 1 St. 49′ 0″
Die Gröſse der ☽finsternifs HN = 20 Zoll 37′
Die halbe Dauer der total. ☽fi. ME = MG = 0 St. 50′ 0″
JI = FI = 0 5 0
JII = FII = 0 10 0

26) Weil nun nach Tafel XX, ☽ in L den 4. Dec. 5 Uhr 19′ 49″ früh; so findet sich für diese totale ☽finsternifs:

	Uhr	′	″		Uhr	′	″
Anfang	3	31	39	Emersion	6	10	39
1 Zoll verfinstert	3	36	39	11 Zoll verfinstert			
2 — —	3	41	39	10 — —			
3 — —				9 — —			
4 — —				8 — —			
5 — —				7 — —			
6 — —				6 — —			
7 — —				5 — —			
8 — —				4 — —			
9 — —				3 — —			
10 — —				2 — —	6	59	39
11 — —				1 — —	7	4	39
Immersion	4	30	39	Ende	7	9	39
Mittel	5	20	39				

Nach dem vorhergehenden Entwurfe Fig. V. die Mondfinsterniſs zu berechnen.

§. 15.

1) *ML zu finden*, iſt in dem Dreieck CLM bekannt

CL = 4′ 46″ ☽breite
CLM = 84° 17′ 14″ Compl. d. Neigung
M = 90 0 0
LCM = 5 42 46 Neigung

Alſo CL : ML = 1 : Cos CLM od. Sin. LCM
d. i. 4′ 46″ : ML = 1 : Sin. 5° 42′ 46″
dies giebt ML″ = 286″ Sin. 5° 42′ 46″
= 28,5 { in Theilen des Kreiſes, und vermöge der Proportion: 32′ 48″ : 1 St. = 28,5″ :
= 52″ in Zeit } add.
☍ ☉ ☽. Dec. 4. um 5 U. 19′ 49″ fr. in L }

Mittel der ☽fi: 5 20 41 fr. in M. Berlin. Uhr.

2) *CM zu finden*, hat man in dem rechtwinklichten Dreieck CML, vermittelſt des Pythagoriſchen Lehrſatzes

$$CM^2 = CL^2 - ML^2$$
$$= (CL + ML)(CL - ML)$$
$$= (286'' + 28{,}5'')(286'' - 28{,}5'')$$
$$= 314{,}5 \cdot 257{,}5$$
$$2.\log. CM = \log. 314{,}5 + \log. 257{,}5$$

CM = 284,57″ d. i. *der kürzeſte Abſtand der ☽bahn vom Mittelpunkte des Erdſchattens.*

3) MI = MF d. i. die halbe Dauer der ☽finſterniſs zu finden, iſt in dem bey M rechtwinklichten Dreyeck CMI oder CMF nach dem Pythagoriſchen Lehrſatz: $MI^2 = MF^2 = CI^2 - CM^2 = (CI + CM) \times$

$(CI - CM) =$ (Halbm d. Erdſch. + ☽halbm. + kürz. Abſt.) ×
(Halbm. d. Erdſch. + ☽halbm. − kürzeſt. Abſt.)
$= (60' 7'' + 284{,}57'') (60' 7'' - 284{,}57'')$
$= (3607'' + 284{,}57'') (3607'' - 284{,}57'')$
$= 3891{,}6'' . 3322{,}4''$

2. log. MI = log. 3891,6 + log. 3322,4
MI = 3595,8'' {in Theilen des Kreiſes, und vermittelſt der Proportion 32' 48'' : 1 St. = 3595,8'' :
= 1 St. 49' 38'' halbe Dauer d. ☽fi.

Mittel um	5 U. 20 41 früh aus Num. 1.
Anfang der ☽fi: Dec. 4.	3 31 3 fr. in I Berl. Uhr
Ende — —	7 10 19 fr. in F
Dauer — —	3 St 39 16

4) Anfang und Ende der totalen Verdunkelung, oder die Immerſion und Emerſion zu beſtimmen, hat man
$ME^2 = MG^2 = CE^2 - CM^2$
$= (CE + CM) (CE - CM)$
= (Halbm. d. Erdſch. − ☽halbm. + kürz. Abſt.) ×
(Halbm. d. Erdſch. − ☽halbm. − kürz. Abſt.)
$= (27' 53'' + 284{,}57'') (27' 53'' - 284{,}57'')$
$= 1957{,}6 . 1388{,}4$
ME = 1648,6'' {in Theilen des Kreiſes, und vermöge 32' 48'' : 1 St = 1648,6'' :
ME = 0 St. 50' 16'' halbe Dauer der totalen ☽finſt.

Mittel um	5	20 41 früh aus Num. 1.
Immerſion: Dec. 4	4	30 25 fr. in E Berl. Uhr
Emerſion —	6	10 57. fr. in G.
Dauer der tot. Verdunk.	1 St.	40 32.

5) Die *Gröſse der ☽finſterniſs* giebt
HN = CN + CH = CN + MH − MC
= Halbm. d. Erdſch. + ☽halbm. − kürz. Abſt.
= 3322,4'' {aus Num. 3, und vermöge 16' 7'' : 6 Zoll = 3322,4'' :
= 20 Zoll 36'

Tafel XXI.

Elemente der ☉finsternifs den 24 Junius 1797 Leipziger Meridian.

Wahre Zeit des wahren Neu☽. §. 5. Taf. X. 1797. Jun. 24.	5 Uhr	15′	23″	Abends.
☉halbmeffer. §. 6. Tafel XVII.		15	47	
Nördliche ☽breite. §. 6. Tafel XV		59	58	
Stündliche Zunahme der Nördlichen ☽breite. §. 6. Tafel XIII		3	24	
Horizontal-Parallaxe des ☽ unterm Aequator. §. 6. Taf. XVII		61	0	
☽halbmeffer. §. 6. Tafel XVII		16	37	
Horizontal-Parallaxe der ☉. §. 6. Tafel XVII		0	8	
Stündliche Bewegung des ☽ von der ☉. §. 7. Tafel XIX		35	10,4	
Winkel der Ekliptik mit dem Meridian. §. 10.	Weftl. 88°	28	54	
Halbmeffer der Erde. §. 11.		60	52	
Halbmeffer des ☽halbfchattens. §. 11.		32	24	
Abweichung der ☉. §. 12.	Nördl. 23	25	11	
Relativifche Neigung. §. 7. Tafel XIX	5	33	29	

Projektion der ☉finst. den 24. Jun. 1797 für die Erde überhaupt. Fig. VI.

§. 16.

1) Man nimmt von dem Maafsftabe von 4 zu 4 Sekunden, den Halbmeffer der Erde = 60′ 52″
2) Befchreibt damit aus C den Halbkreis D L E
3) Und zieht den Theil der Ekliptik oder die gerade Linie D C E.
4) Bey D fchreibt man Weften, bey E Often
5) Und zieht den Breitenkreis L C fenkrecht auf D C E.
6) Nach L liegt der Nordpol der Ekliptik, und nach der entgegengefetzten Gegend C ihr Südpol.
7) Nun trägt man die Nördliche ☽breite = 59′ 58″ von C aus, auf die Linie L C, nach o
8) Und die ftündliche Zunahme der Nördlichen ☽breite = 3′ 24″ von o aus, in der Linie L C, aufwärts bis n
9) Zieht alsdann an n eine gerade Linie fo gegen Often, dafs fie fenkrecht auf L C fteht
10) Und trägt die ftündliche Bewegung des Mondes von der Sonne = 35′ 10″ von o aus bis zu dem Punkt p der vorigen fenkrechten Linie, die nun n p ift.
11) So ift die durch die Punkte o und p gezogene gerade Linie A o p B die relativifche ☽bahn in ihrer richtigen Lage gegen die Ekliptik D C E.
12) Bey o fchreibt man die wahre Zeit des wahren Neumonds 5 Uhr 15′ Nachmittags, zu Leipzig
13) So fteht der ☽ in p um 6 Uhr 15′
14) Nun trägt man o p, fo oft es auf der Mondbahn angeht, von o nach A und B fort, fo zeigt fich der Ort des ☽ von Stunde zu Stunde.
15) Eine jede Stunde wird alsdann in Minuten, und fo die ganze ☽bahn in Zeit von 5 zu 5 Minuten wie hier in der Fig. oder von Minute zu Minute, eingetheilt.

16) Hierauf beſchreibt man aus der ☽bahn in $\left\{\begin{matrix}A\\B\end{matrix}\right\}$ mit dem Halbmeſſer des ☽halbſchattens = 32′ 24″ einen Kreis, welcher die Erdoberfläche, d. i. den Kreis D L E, in $\left\{\begin{matrix}r\\t\end{matrix}\right\}$ berühret; oder nimmt $\left\{\begin{matrix}CA\\CB\end{matrix}\right\}$ = Cr + r A = ♁halbmeſſer + Halbmeſſer des ☽halbſchattens = 60′ 52″ + 32′ 24″ = 93′ 16″.

17) So zeigt der Punkt $\left\{\begin{matrix}A\\B\end{matrix}\right\}$ auf der ☽bahn die Zeit an, da die Erdfinſterniſs $\left\{\begin{matrix}\text{anfängt}\\\text{zu Ende iſt}\end{matrix}\right\}$ nach Leipziger Uhr um $\left\{\begin{matrix}\text{3 Uhr 3′ Abends.}\\\text{7 — 7. —}\end{matrix}\right\}$

18) Der Punkt e in dem Projektionskreiſe D L E und der ☽bahn A B zeigt auf letzterer die Zeit an, wenn nach Leipziger Uhr die totale ☉finſterniſs irgendwo auf der Erde anfängt: um 4 Uhr 45′ Ab.

19) Fällt man aus dem Mittelpunkt C auf die ☽bahn A B ein Perpendikel C d, ſo zeigt der Punkt d auf der ☽bahn die Zeit des Mittels der ☉finſterniſs an: um 5 Uhr 5′ Ab.

20) Die kürzeſte Entfernung der Mittelpunkte von ☉ und ☽ = Cd = 59′ 40″ läſst ſich von dem angenommenen Maaſsſtab abnehmen; oder auch folgendergeſtalt durch Rechnung finden: der Winkel dCo = npo = relativ. Neigung: 5° 33′ 29″; und in dem rechtwinkl. △ dCo verhält ſich Co : Cd = 1 : Cos dCo woraus ſich ergiebt: Cd = Co. Cos dCo = 3598″. Cos 5° 33′ 29″ = 59′ 41″.

21) Aus d beſchreibt man mit dem Halbmeſſer des ☽halbſchattens = 32′ 24″ einen Kreisbogen Q R S, dieſer zeigt den ☽halbſchatten auf der Erdoberfläche für das Mittel der ☉finſterniſs.

22) In h wo die ☽bahn AB aus dem Projektionskreiſe D L E wieder herausgeht, iſt das Ende der totalen

⊙finſterniſs für die Erde überhaupt, nach Leipziger Uhr um 5 Uhr 25′ Ab.

23) e h = o St. 40′ iſt die Dauer der totalen ⊙finſterniſs, und

24) A B = 4 St 4′ iſt die ganze Dauer der ⊙finſterniſs.

§. 17.

1) Man verzeichnet nun den Winkel D C M = 88° 29′ gegen Weſten, ſo ſtellt die gerade Linie M C den Meridian der ⊙ vor.

2) Alsdann verfertigt man ſich einen 1000 theil. Maaſsſtab P, deſſen Länge = C E oder C D, d. i. ſo groſs als der Erdhalbmeſſer = 60′ 52″.

3) Da die ⊙ eine Nördliche Abweichung = 23° 25′ hat, ſo iſt der Abſtand der ⊙ vom Nordpol = 66° 35′; und Sin 66° 35′ = 918 den Halbmeſſer = 1000 geſetzt.

4) Von dem Maſsſtab P, 918 genommen, und von C Nordwärts auf MC getragen, ergiebt ſich der Punkt Y, welches der Nordpol iſt.

5) Endlich miſſet man die Winkel: und den Bogen Cd auf dem 1000theil. Maaſsſtab P, ſchlägt die gefundene Zahl für Cd = 982 in den Sinustafeln auf, ſo ſteht dabey der geſuchte Bogen Cd = 79°.

MCr	=	54°
MCe	=	15
MCd	=	4
MCh	=	7
MCt	=	46

Berechnung der ⊙finstern. den 24. Jun. 1797 für die Erde überhaupt, nach Fig. VI.

§. 18.

Das was in §. 16 von Num. 16 bis 24 durch Zeichnung gefunden worden ist, auch durch Rechnung zu bestimmen, verfährt man also: Man sucht

1) Die Linie od $= \sqrt{(Co^2 - Cd^2)}$
$= \sqrt{(Co + Cd)\ (Co - Cd)}$
$= \sqrt{(3598'' + 3581'')(3598'' - 3581'')}$
$= \sqrt{7179.\ 17} = 349,34''$
$= 0^\circ\ 5'\ 49,34''$ in Bogen, und vermittelst der Proportion: $35'\ 10,4'' : 1$ St. $= 5'\ 49,34'' :$
$= 0$ St. $9'\ 56''$ in Zeit.

2) Um das Mittel der ⊙fi. in d zu finden, subtrahirt man die Zeit od d. i. 0 St. 9′ 56″ von der Zeit des wahren Neumonds in o, d. i. von 5 Uhr 15′ 23″ Ab. Leipziger Uhr; so bleibt 5 Uhr 5′ 27″ Ab. für das **Mittel** der Erdfinsterniss.

3) Dauer AB, Anfang in A, und Ende in B zu finden, ist

$dA^2 = dB^2 = AC^2 - Cd^2$
$= (AC + Cd)\ \ (AC - Cd)$
$= (93'\ 16'' + 59'\ 41'')\ (93'\ 16'' - 59'\ 41'')$
$= 9177''\ .\ 2015''$
$dA = dB = 1^\circ\ 11'\ 40,2''$
$= 2$ St. $2'\ 15''$
$2.dA = AB = 4\ \ 4\ \ 30$ *Dauer* der Erdfinst.

Mittel $\left\{\begin{matrix} -dA \\ +dB \end{matrix}\right\}$ $\begin{matrix} = 3\text{U}.\ 3'\ 12'' \text{ Ab. } \textit{Anfang} \text{ der Erdfinst.} \\ = 7\quad 7\ 42\ - \ \textit{Ende.} \end{matrix}$

4) Der totalen Verdunkelung Dauer eh, Anfang in e, und Ende in h ergiebt ſich folgendergeſtalt:

$de^2 = dh^2 = Ce^2 - Cd^2 = (Ce+Cd)(Ce-Cd)$
$= 7233'' \cdot 71''$
$de = dh = 0^\circ\ 11'\ 56{,}62'' = 0 \text{ St. } 20'\ 22''$
$2.de = eh = 0 \text{St.} 40'\ 44''$ *Dauer* der *totalen* ⊙finſt.

Mitt. $\left\{\begin{matrix} -de \\ +dh \end{matrix}\right\}$ $\begin{matrix} = 4\text{U}.\ 45\ \ 5 \text{ Ab. } \textit{Anfang} \text{ — —} \\ = 5\quad 25\ 49\ - \ \textit{Ende} \text{ — —} \end{matrix}$

Die geographiſche Lage der Oerter r, e, h, t, d, Fig. VI. durch Rechnung zu beſtimmen.

§. 19.

Den Ort auf der Erde, r, zu finden, der zu allererſt beym Aufgang der ⊙, die ⊙finſterniſs wahrnehmen wird.

1) Das Dreieck dCA, welches dA zu finden gedient hat, wird ebenfalls gebraucht werden können, den Winkel dCA zu finden, wenn man ſetzt:

$CA : Cd = 1 : \text{Cos}\, dCA$
d.i. $5596'' : 3581'' = 1 : \text{Cos}\, dCA$

$10 + \log 3581 = 13,554\ 0043$
$- \log 5596 = 3,747\ 8777$

$\log. \text{Cos}\, dCA = 9,806\ 1266$
$dCA = 50^\circ\ 12'\ 50''$

2) Die Summe dieſes Winkels dCA, und des Winkels MCd, welchen der allgemeine Meridian MYC mit Cd, dem Perpendikel auf der ☽bahn, macht, giebt den Winkel MCr, d. i.

dCA + MCd = MCr dessen Maaſs der Bogen Mr des Projektionskreises ist. Um also die Gröſse des Winkels MCr zu erhalten, muſs man, auſser dCA, noch den Winkel MCd wissen, und dieser ergiebt sich so: MCd = MCD — DCd

$$= 88^\circ\ 28'\ 54'' - 84^\circ\ 26'\ 31''$$
$$= 4^\circ\ 2'\ 23''$$

Demnach:

$$MCr = 50^\circ\ 12'\ 50'' + 4^\circ\ 2'\ 23''$$
$$= 54^\circ\ 15'\ 13'' = \textit{Bogen}\ Mr.$$

Diesen Winkel MCr kann man auch, wie §. 17. Num 5 geschehen ist, in der Projektion messen, um zu sehen, ob dieselbe gut mit der Rechnung übereinstimmt.

3) In dem sphärischen Dreieck MYr, das in M rechtwinklicht ist, sind also Mr und YM *die Abweichung der* ⊙ = 23° 25′ 11″ bekannt; hieraus läſst sich die Hypothenuse Yr und der Winkel MYr durch folgende Formeln finden, beyde gesuchte Stücke sind nach den Regeln der sphärischen Trigonometrie, hier spitzig oder < 90°.

LogCosYr = logCos YM + logCosMr - 10		Log TangMYr = 10 + log tang Mr — log Sin YM.	
log Cos 54° 15′ 10″	= 9,766 5692	10 + log tang 54° 15′ 10″	= 20.1427740
+ log Cos 23 25 10	= 9,962 6628	— log Sin. 23 25 10	= 9,599 2927
log Cos Yr	= 9,729 2320	log. Tang. MYr	= 10,543 4813
Yr	= 57° 35′ 0″	MYr	= 74° 2′ 0″
Abstand des Orts r vom Nordpol.			+ 180 0 0
subtrah. von	90 0 0	*Stundenwinkel des Orts r.*	254 2 0
Nördliche Breite des Orts r.	32 25 0		

4) Setzt man Paris um 40′ 4″ in Zeit westl. von Leipzig, so wird der Anfang der Erdfinsterniſs in r, nach Pariser Uhr, um (3 U. 3′ 12″ Ab. §. 18. Num. 3 — 40′ 4″) d. i. um 2 Uhr 23′ 8″ Ab. seyn, welche 2 St. 23′ 8″ nach der Berlin. Samml. astr. Taf. Band I. ⊙tafel XXX. in Theile des Aequators verwandelt 35° 47′ für den *Stundenwinkel zu Paris* geben. Werden nun

von diesem letztern 20° subtrahirt, so bekömmt man den *Stundenwinkel unter dem 1sten Meridian* = 15° 47′, der endl. vom Stundenw. des Orts r (Num. 3) = 254 2 subtr.
die **Geograph. Länge des Orts r** = 238 15 giebt

§. 20.

Auf eine ähnliche Art findet man die geographische Länge und Breite des Orts {e, h, t} welcher

{den Anfang der totalen ⊙finst. beym Aufgang der ⊙ / das Ende der totalen ⊙finst. beym Untergang der ⊙ / das völlige Ende der ⊙finst. beym Untergang der ⊙} wahrnehmen wird. Zur Erläuterung will ich aber doch noch die Rechnungen dafür hersetzen.

Rechnung für den Ort e.

Ce : Cd = 1 : Cos dCe
d.i. 3652 : 3581 = 1 : Cos dCe
dCe = 11° 19′ 0″
+ MCd = 4 2 23 §. 19. Num. 2.

MCe = 15 21 23 = *Bogen Me.*
YM = 23 25 11 §. 19 Num. 3.
Ye < 90
MYe < 90.

Log Cos Ye = log Cos YM + log Cos Me − 10; Ye = 27° 46′ 0″ *Abstand des Orts e vom Nordpol*
subtrah. von 90 0 0

Nördliche Breite des Orts e. 62 14 0

Log Tang MYe = 10 + log Tang Me − log Sin YM

MYe = 34° 38′ 30″
\+ 180 0 0

Stundenwinkel des Orts e 214 38 30

Anfang der tot. Erdſ. in e, Leipz. Uhr, um
4U. 45′ 5″ Ab. § 18 N. 4.
Mittagsunterſch. zwiſchen Paris
und Leipzig — 40 4

Anfang der total. Erdſ. nach Pariſer Uhr, um 4 5 1 Abends.
4 St. 5′ 1″ betragen in Theilen
des Aequat. 61° 15′ 15″ *Stundenwinkel zu Paris.*
— 20 0 0

Stundenwinkel unter dem 1ſten Meridian = 41 15 15 ſubtr. vom
Stundenwinkel des Orts e = 214 38 30

Geographiſche Länge des Orts e = 173 23 15

Rechnung für den Ort h.

dCh = eCd	= 11° 19′ 0″	
— MCd	= 4 2 23	
MCh	= 7 16 37 = *Bog.* Mh.	
YM	= 23 25 11	
Yh	< 90	
MYh	< 90	

log Cos Yh = log Cos YM + log Cos Mh — 10
Yh = 24° 27′ 50″ *Abſtand des Orts h vom Nordpol*
ſubtr. von 90 0 0

Nördl. Breite des Orts h. 65 32 10

Log tang MYh = 10 + log tang Mh — log Sin YM
MYh = 17° 48′ 50″
ſubtrahirt von 180 0 0

Stundenwinkel des Orts h 162 11 10

Ende der total. Erdfi. in h, nach
Leipzig. Uhr 5U. 25′ 49″ Ab. §. 18 N. 4
Reduktion auf Paris: — 40 4

Ende der tot. Erdfi. PariferZeit 4 45 45 Abends.
Stundenwinkel zu Paris: 71° 26 15
—20 0 0

Stundenwinkel unterm 1ften Meridian = 51 26 15 fubtr. vom
Stundenwinkel des Orts h = 162 11 10

Geographifche Länge des Orts h = 110 44 55

Rechnung für den Ort t.

d CB = d CA = 50° 12′ 50″ §. 19 Nu. 1
— MCd = 4 2 23 - - - 2

MCt = 46 10 27 = *Bog. Mt.*
YM = 23 25 11
Yt < 90
MYt < 90

log Cos Yt = log Cos YM + log Cos Mt − 10
Yt = 50° 33′ 0″ *Abftand des Orts t vom Nordpol.*
fubtr. von 90 0 0

Nördl. Breite des Orts t. 39 27 0

Log Tang MYt = 10 + log tang Mt — log Sin YM
MYt = 69° 7′ 10″
fubtrahirt von 180 0 0

Stundenwinkel des Orts t 110 52 50

Ende der Erdfinsterniſs in t, nach
Leipzig. Uhr 7U. 7′ 42″ Ab. §. 18 N. 3
Reduktion auf Paris: — 40 4

Ende der Erdfi. in Pariſer Zeit 6 27 38 Abends.
Stundenwinkel zu Paris: 96° 54 30
—20 0 0

Stundenwinkel unterm 1ſten Meridian = 76 54 30 ſubtr. vom
Stundenwinkel des Orts t = 110 52 50

Geographiſche Länge des Orts t = 33 58 20

Die Länge und Breite des Orts d zu finden, wo zur Zeit des Mittels der Erdſinſterniſs, die ⊙ total verfinſtert erſcheint.

§. 21.

1) Die gerade Linie Cd in der Projektion ſtellt einen Bogen des Kreiſes der Erdfläche vor, von dem ſie die Projektion iſt, und der zwiſchen dem Punkte C der ſenkrecht unter der Sonne liegt, und dem in d projizirten Punkte der Erdfläche enthalten iſt. Da nun bekanntermaaſsen die Bögen vom Mittelpunkte der Projektion, ihre Sinus zur Projektion haben; ſo kann man um den Bogen der Erdfläche, der zu Cd gehört, zu erhalten, folgende Proportion anſetzen: *Der Halbmeſſer der Projektion, in Sekunden ausgedrückt, verhält ſich zum Sinus totus, wie das Perpendikel Cd, zum Sinus des dazu gehörigen Bogens Cd der Erdfläche*;

d. i. 3652″ : 1 = 3581″ : Sin Cd
dies giebt Cd = 78° 41′ 0″

2) Nun läſst ſich das Kugeldreieck YCd auflöſen worinn 2 Seiten nebſt dem eingeſchloſſenen Winkel be-

kannt ſind, nemlich Bogen Cd = 78° 41′ 0″
CY = 66 34 49 ComplDecl.☉
YCd = 4 2 23 §. 19. Nu. 2.

Aus dieſen 3 gegebenen Dingen muſs aber die Seite Yd und der Winkel CYd geſucht werden. Vermittelſt der Seite Yd und des Winkels MYd = 180° — CYd wird endlich die Breite und Länge des Orts d auf eben die Art wie §. 19 oder 20 die Lage des Punkts r oder e gefunden.

3) Das Dreieck YCd aufzulöſen, dienen folgende Formeln:

Num. I. Yd zu finden.

Tang I Segment = Cos 4° 2′ 23″. Tang 78° 41′
II Segment = 66° 34′ 49″ — I Segment

$$\text{Cos Yd} = \text{Cos } 78^\circ\, 41' \cdot \frac{\text{Cos II Segment}}{\text{Cos I Segment}}$$

Num. II. CYd zu finden.

Mit dem in Num. I gefundenen I und II Segm. ergiebt ſich

$$\text{Tang CYd} = \text{Tang } 4''\, 2'\, 23'' \cdot \frac{\text{Sin I Segment}}{\text{Sin II Segment}}$$

Rechnung nach dieſen Formeln.

Num. I giebt I Segment = 78° 39′ 20″
ſubtrahirt von 66 34 49

Log Cos II Segment = Log Cos − 12 4 30	=	9,990 2832
+ Log Cos 78 41 0	=	9,292 7685
Summe	=	19,283 0517
— log Cos I Segment = log Cos 78 39 20	=	9,293 8193
Log Cos Yd	=	9,989 2324
Yd	=	12° 42′ 20″

Num. II giebt, da in Num. I: I Segment = 78° 39′ 20″
II Segment = — 12 4 30
den gesuchten Winkel CYd = 180° — 18° 18′ 40″
also nach Num. 2: MYd = 18° 18′ 40″

4) Aus Yd = 12° 42′ 20″ und MYd = 18° 18′ 40″ ergiebt sich nunmehro die Breite und Länge von d folgendergestalt:

Für die Breite.		*Für die Länge.*	
	90° 0′ 0″	MYd =	18° 18′ 40″
— Yd =	12 42 20		+ 180 0 0
Nördl. Breite des Orts d	77 17 40	*Stundenw. von d* =	198 18 40
		Mittel der Erdfi. Leipz. §. 18. Nu. 2.	5 U. 5 27 Ab.
		Reduktion auf Paris:	— 40 4
		Mittel der Erdfi. Pariser Zeit:	4 25 23 Ab.
		Stundenw. für Paris:	66° 20 45
			— 20 0 0
		Stundenwinkel unt. 1sten Meridian:	46 20 45
		subtr. vom Stundenw. des Orts d:	198 18 40
		Geographische Länge des Orts d =	151 57 55

Orthographiſche Projektion der ⊙ſinſterniſs den 24. Jun. 1797 für Leipzig insbeſondere, um die Zeit und Gröſse derſelben daſelbſt zu finden. Fig. VI.

§. 22.

1) Man nimmt die Polhöhe von Leipzig = 51° 19′ 41″ Nördl. und Sin 51° 20′ = 781.
2) {Addirt dazu / Subtrahirt davon} die Abweichung d. ⊙ = 23° 25′ 11″
so iſt die Summe = 74° 44′ 52″; Sin 74° 45′ = 965
und der Unterſchied = 27 54 30; Sin 27 55 = 468
3) Hierauf nimmt man Sin 74° 45′ d. i. 965 von dem 1000theil. Maaſsſtab P, und trägt ſolchen von C nach w.
4) Alsdann auch Sin 27° 55′ d. i. 468 und trägt ihn von C nach XII.
5) Cx macht man = Sin 51° 20′ d. i. 781 nach dem 1000theil. Maaſsſtab P.
6) Man zieht ba durch x, ſenkrecht auf MR
7) Halbirt XII w in m
8) Zieht durch m eine gerade Linie VI m VI, parallel mit ba
9) Und macht VI m VI = ba
10) So iſt VI m VI die groſse Axe / und XII w die kleine Axe } einer Ellipſe auf der Erdoberfläche, welche Leipzig bey der Umwälzung der Erde von Weſten nach Oſten, oder von D nach E, zu beſchreiben ſcheint.

Dieſe Ellipſe zu verzeichnen und in Stunden einzutheilen

11) Beſchreibt man aus m mit dem Halbmeſſer m VI den ganzen Kreis VI y VI

12) Und mit m XII einen kleinern Kreis.
13) Nun theilt man jeden Halbkreis in 12 gleiche Theile, alſo den ganzen Kreis in 24 Theile
14) Zieht Linien wie 3, 9; 4, 8; 5, 7 aus den Theilungen in VI y VI des gröſsern Kreiſes ſenkrecht auf dem Durchmeſſer VI m VI
15) Und bemerkt, wo dieſe von andern, durch die ähnlich liegenden Theilungspunkte wie 3, 9, 4, 8, 5, 7, des kleinern Kreiſes ſenkrecht auf dem Durchmeſſer w m XII ſtehenden Linien durchſchnitten werden
16) So ergeben ſich da die Punkte für die Stunden, und durch fernere Theilungen für Minuten, welche zuſammen gezogen, die durch VI, XII, VI, w, VI gehende Ellipſe formiren, von welcher hier nur das nöthige Stück III, IV, V, VI, VII, VIII, IX St. verzeichnet iſt, weil die ☉finſterniſs in den Abendſtunden einfällt.
17) Die Stunden zur Linken von MCR ſind Morgenſtunden, und zur Rechten von MCR Abendſtunden.

Eine neue Zeichnung nach Fig. VII.

18) Aus C beſchreibt man die Sonne mit ihrem Halbmeſſer = 15′ 47″
19) Nach E fällt Oſten, und nach D Weſten.
20) J C iſt ein um 5 Uhr durch dieſen Mittelpunkt der ☉ gehender Vertikalkreis, welcher nach Fig. VI, CV iſt, und daſelbſt mit dem Meridian der Sonne M C einen Winkel MCV macht, ſo daſs dieſer Meridian weſtwärts liegt.
21) Es kann alſo durch Abtragung dieſes Winkels der Meridian MC in Fig. VII gezogen werden.
22) Mit MC macht die Ekliptik weſtlich einen Winkel von 88° 29′
23) Daher läſst ſich nun auch in Fig. VII die Ekliptik ECD in ihrer Lage gegen den Weſthorizont ziehen.
24) Alsdann verzeichnet man hieher die ☽bahn A B aus Fig. VI folgendermaaſsen:

25) Man nimmt aus Fig. VI die Linie des Meridians MC, von C bis an die ☽bahn, d. i. Cz, und trägt ſie in die Fig. VII von C aus, aufwärts, auf den Meridian MC in q

26) Trägt dann aus Fig. VI den Winkel ab, den die ☽bahn AB mit dem Meridian MC macht

27) Bemerkt zugleich in Fig. VI die Gegend, Weſten oder Oſten, nach welcher dieſer Winkel zu liegt

28) Und ſetzt ihn an q in die Zeichnung Fig. VII nach eben der Gegend; ſo wird ſich daſelbſt die ☽bahn AB ziehen laſſen.

29) Nun trägt man auf dieſe ☽bahn AB aus Fig. VI noch die drey Zeiten über: 5 Uhr, 6 Uhr und 7 Uhr Abends.

30) Alsdann werden für die 2 Zeiten 6 Uhr und 7 Uhr Ab. 2 Vertikalkreiſe durch C gezogen, und dieſes geſchiehet folgendergeſtalt:

31) Man zieht gerade Linien in Fig. VI von dem Mittelpunkt C nach VI Uhr und VII Uhr Abends in der Ellipſe; ſolche Linien ſind allezeit Vertikalkreiſe, und geben zugleich den Winkel MCVI und MCVII, den der Meridian MC mit dem durch C gehenden Vertikal macht.

32) Nun trägt man dieſe 2 Winkel MCVI und MCVII aus Fig. VI in Fig. VII über; ſie kommen hier beyde öſtlich des Meridians MC zu liegen, oder letzterer liegt weſtwärts von denſelben weg.

33) Hierauf werden aus den 3 Zeiten: {V Uhr Abends / VI — — / VII — —} in der ☽bahn AB der Zeichnung Fig. VII drey Vertikallinien parallel mit den drey Vertikalkreiſen durch C, neml. mit {VC / VIC / VIIC} ſo wie die Zeiten zuſammen gehören, herunterwärts gezogen; dies giebt: Parallel mit Vertikal um {5 / 6 / 7} Uhr.

34) Die Gröſse der Höhenparallaxe des Mondes wird nunmehro für einen jeden dieſer drey Zeitpunkte aus Fig VI genommen; neml. die Linien daſelbſt: CV, CVI und CVII, welche von C aus bis zu den Zeiten {V Uhr Ab. / VI — — / VII — —} in der Ellipſe, gezogen werden, geben die jedesmalige Höhenparallaxe an.

35) Dieſe Höhenparallaxe wird alsdann in der Zeichnung Fig. VII von der wahren ☽bahn AB aus in den gezogenen Vertikallinien heruntergetragen, ſo wie die Parallaxen und Zeiten zuſammengehören.

36) So ergeben ſich drey ſcheinbare Oerter des Mondes V^St. VI^St. VII^St. und durch dieſelben läſst ſich die ſcheinbare ☽bahn γ f h ziehen

37) Auf welcher ſich nunmehro nach Anweiſung in meiner *Darſtellung der neuen Methode des du Sejour* ☉- *und* ☽*finſt. für einen gegebenen Ort analytiſch zu berechnen* Seite 58. Num. 26 für *Leipzig* ergiebt:

Anfang	in γ,	um 5	Uhr	32′ Ab.
Mittel	in f,	— 6	—	19
Ende	in h,	— 7	—	2
Dauer	γ h,	— 1 St.		30

38) Endlich findet ſich die *Gröſse* = 5 ½ Zoll der Finſterniſs für Leipzig, am nördl. Theil der ☉, nach Anweiſung ebendaſelbſt.

Berechnung der ☉finſterniſs den 24. Jun. 1797 für Leipzig nach Tobias Mayer. Oper. inedit. pag. 25 etc.

§. 23.

Mayers Methode, eine Sonnenfinſterniſs für einen gegebenen Ort zu berechnen, iſt in 9 *Regeln* enthalten; jede Regel werde ich ſogleich mit den nöthigen Erläuterungen und Rechnungen begleiten.

Regel 1.

Es muſs der Tag und die Stunde nur ohngefähr bekannt ſeyn, da ſich eine Finſterniſs ereignen wird. Alsdann ſetzt man drey Zeiten, die gleich weit von einander entfernt ſind, der Wahrſcheinlichkeit nach ſo, daſs die eine dem Anfange, die andere dem Mittel, und die dritte dem Ende der Sonnenfinſterniſs am nächſten kommt. Für dieſe Zeiten wird aus den aſtronomiſchen Tafeln die wahre Länge der Sonne und des Mondes, desgleichen die Breite, der Horizontal-Halbmeſſer und die Aequatoreal Parallaxe des Mondes berechnet.

Die drey Zeitmomente ſollen um 50′ von einander entfernt, und {5 Uhr 15′ Ab. / 6 5 — / 6 55 —} ſeyn. Für dieſe drey Zeiten kann hier die wahre Länge der ☉ und des ☽,

desgl. die wahre ☽breite, blos durch einfache Proportionaltheile, aus der Länge von ☉ und ☽, 3Z. 3° 29′ 50″ und der ☽breite 59′ 58″ zur Zeit des Neumonds (§. 5. Taf. X. und Tafel XXI) vermittelst der stündlichen Bewegung der ☉ 2′ 23″. und des ☽, H = 37′ 23,5″ (§. 4. Tafel VII und VIII) desgl. der stündl. Veränderung der ☽breite 3′ 24,4″ (§. 6. Tafel XIII) hergeleitet werden. Die Resultate von diesen Rechnungen so wie auch allen folgenden, sind auf *Tafel* XXII geordnet anzutreffen. ☉- und ☽halbmesser, ingl. die ☽parallaxe setze ich aus *Tafel* XXI als unveränderlich an.

Regel 2.

§ 24.

Für jeden dieser drey angenommenen Zeitpunkte sucht man die Höhe des Mondes über dem Horizonte; hiezu ist keine scharfe Rechnung nöthig, sondern es kann diese Höhe vermittelst einer künstlichen Himmelskugel, oder auf irgend eine andere leichte Art gefunden werden. Sie dient nemlich nur, aus dem horizontalen Halbmesser des Mondes den scheinbaren Halbmesser desselben zu finden, und zu dieser Absicht braucht man sie nicht genauer als in ganzen Graden zu wissen. Die Astronomen haben bereits diese Reduktion des Monddurchmessers auf eine gegebene Höhe berechnet, und eine dergleichen Tafel, welche sie enthält, führt die Ueberschrift: Vergrösserung des horizon-

talen Mondhalbmeſſers, daher man hier der Rechnung ganz überhoben ſeyn kann.

Die 3 ☽höhen können aus Tafeln nach einer in den *Berliner Ephemeriden auf 1778* Seite 177 etc. des 2ten Theils gegebenen Methode gefunden werden. Hiezu iſt aber die Abweichung des ☽ nöthig, und dieſe ergiebt ſich vermittelſt einer einfachen Regel Detri aus *Bodens aſtronomiſchem Jahrbuch auf 1797* für die 3 Zeiten $\left\{\begin{array}{l} 5 \text{ Uhr } 15' \text{ Ab.} \\ 6 \quad 5 \text{ —} \\ 6 \quad 55 \text{ —} \end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{l} 24^\circ\ 15' \text{ Nördl.} \\ 24\ 17 \text{ —} \\ 24\ 20 \text{ —} \end{array}\right\}$

Die Höhe des ☽ wird nun alſo gefunden:

a) Für 5 Uhr 15′ Ab. oder 17 St. 15′, da der ☽ am weſtl. Himmel ſteht, ſeine Abweichung = 24° 15′ Nö. iſt, und er nach Bodens Jahrb. auf 1797 den 24. Jun. um 11 Uhr 46′ Morgens kulminirt?

Der Abſtand vom Meridian iſt 17 St. 15′ — 11 St. 46′ = 5 St. 29′ Sonnenzeit; 1035 : 1000 = 5 St. 29′ ☉zeit : 5 St. 18′ ☽zeit, und dieſe vierte Proportionalzahl iſt der Stundenwinkel am ☽, der aus der Tafel genommen wird. Für 5 St. 18′ ergiebt ſich:

$z = 7^\circ\ 57'$ und $x = 53^\circ\ 16'$;	$\log \operatorname{Sin} x = 9{,}903\ 8644$
$+\ d = 24\ 15$	$\log \operatorname{Sin}(z+d) = 9{,}726\ 6264$
$z+d = 32\ 12$	$\log \operatorname{Sin} \alpha \quad = 9{,}630\ 4908$
	$\alpha \quad = 25^\circ\ 17'$ ☽höhe

b) Für 6 Uhr 5′ Ab. da der ☽ am weſtlichen Himmel ſteht, und ſeine Abweichung = 24° 17′ Nö. iſt?

Der Abſtand vom Meridian iſt 18 St. 5′ — 11 St. 46′ = 6 St. 19′ Sonnenzeit; 1035 : 1000 = 6 St. 19′ ☉zeit : 6 St. 6′ ☽zeit, welche aus der Tafel genommen werden ſollten. Da aber dieſer Abſtand über 6 St. iſt, ſo wird von demſelben das Complement zu 12

Stunden d. i. 12 St. — 6 St. 6′ = 5 St. 54′ gebraucht; dafür findet sich in der Tafel:

z = 1° 9′ und x = 52° 33′; log Sin x = 9,899 7572
(wird hier als verneint angesehen)   log Sin (d—z) = 9,594 2513

+d = 24 17   log Sin α = 9,494 0085

d—z = 23 8   α = 18° 10′ ☽höhe

c) Für 6 Uhr 55′ Ab. und ☽ Abweich. = 24° 20′ Nö.?

Stundenwinkel = 18 St. 55′ — 11 St. 46′ = 7 St. 9′ ☉zeit; 1035 : 1000 = 7 St. 9′ ☉zeit : 6 St. 54′ ☽zeit; das Complement = 5 St. 6′ giebt aus der Tafel:

z = — 10° 8′ und x = 53° 45′; log Sin x = 9,906 5745
+ d = 24 20   log Sin (d—z) = 9,389 7106

d—z = 14 12   log Sin α = 9,296 2851
α = 11° 25′ ☽höhe

Der ☽durchmesser = 33′ 15″ (§. 6. Tafel XVII) giebt aus einer Tafel die sich in des *de la Lande Exposition du calcul astronomique* pag. 259 etc. befindet, bey 25° Höhe des ☽, die Vergröfserung des ☽durchmessers = 15, 2″; also die Hälfte = 7,6″ d. i. die Vergröfserung des ☽halbmessers für 5 Uhr 15′ Abends. Auf eben die Art werden die Vergröfserungen für 18° und 11° ☽höhe gefunden.

Regel 3.

§. 25.

Von der Polhöhe desjenigen Orts, für welchen die Finsterniſs berechnet werden ſoll, ſubtrahirt man die Verbeſſerung die ihr nach der zweyten Kolumne der nächſtfolgenden Tafel zugehört; ſo heiſst der Ueberſchuſs die reduzirte oder verbeſſerte Polhöhe. Eben ſo wird von der Aequatorealparallaxe die Verbeſſerung nach der dritten Kolumne eben dieſer Tafel ſubtrahirt, was übrig bleibt, iſt die Horizontalparallaxe des Mondes, und zwar für den Horizont des vorgegebenen Orts.

Polhöhe	Verbesserung der Polhöhe		Verbesserung der Aequatorealparallaxe. Wenn die Parallaxe beträgt 54′	60′
°	′	″	″	″
0	0	0	0,0	0,0
5	2	59	0,1	0,1
10	5	53	0,5	0,5
15	8	36	1,1	1,2
20	11	3	1,9	2,1
25	13	10	2,9	3,2
30	14	53	4,0	4,5
35	16	10	5,3	5,9
40	16	56	6,7	7,4
45	17	11	8,1	9,0
50	16	56	9,5	10,6
55	16	10	10,9	12,1
60	14	53	12,1	13,5
65	13	10	13,3	14,8
70	11	3	14,3	15,9
75	8	36	15,1	16,8
80	5	53	15,8	17,5
85	2	59	16,1	17,9
90	0	0	16,2	18,0

Regel 4.

§. 26.

Auf diese reduzirte Polhöhe, und für alle drey Zeitmomente wird der Neunzigste (nonagesimus eclipticae) und die Höhe des Neunzigsten oder der Winkel des Aufgangs (angulus orientis) gesucht. — Den Nonagesimus und die Höhe desselben giebt folgende Formel: Wenn die reduzirte Polhöhe $= \varphi$, die Schiefe der Ekliptik $= \alpha$, die gerade Aufsteigung der Mitte des Himmels (ascensio recta medii coeli) oder des kulminirenden Punktes des Aequators, welche sich leicht aus der gegebenen Zeit und der geraden Aufsteigung der Sonne ergiebt, $= \mu$ heißt, suche man fürs erste einen Winkel ω, so daß

$$\text{Tang } \omega = \frac{\text{Tang } \varphi}{\text{Sin } \mu}$$

alsdann wird

$$\text{Tang Nonag.} = \frac{\text{Tang } \mu.\ \text{Cos } (\omega - \alpha)}{\text{Cos } \omega}$$

$$\text{Cos der Höhe des Non.} = \frac{\text{Sin } \varphi.\ \text{Sin } (\omega - \alpha)}{\text{Sin } \omega}$$

In dieſer Rechnung brauchen ſo wohl die gegebenen, als geſuchten Bögen nur in Graden und Minuten ausgedrückt zu werden, denn es wird der Fehler, der durch Hinweglaſſung der Sekunden dadurch auf die Parallaxen übergetragen wird, ſelten mehr als eine Sekunde betragen.

Rechnung für die gerade Aufſteigung der Mitte des Himmels oder μ.

Um μ zu finden {addirt / ſubtrahirt} man den {weſtl. / öſtlich} Abſtand der ⊙ vom Meridian {zur / von der} geraden Aufſteigung der ⊙. Aus der Berl. Samml. aſtr. Tafeln Band I. Taf. 30. Seite 293 ergiebt ſich

5 St. = 75° 0′	6 St. = 90° 0′	6 St. = 90° 0′
15′ = 3 45	5′ = 1 15	55′ = 13 45
Weſtl. Abſt. 78 45 der ⊙ vom Meridian um 5 Uhr 15′ Abends.	*Weſtl.* Abſt. 91 15 der ⊙ vom Meridian um 6 Uhr 5′ Abends.	*Weſtl.* Abſt. 103 45 der ⊙ vom Meridian um 6 Uhr 55′ Abends.

Die gerade Aufſteigung der ⊙ wird aus der Formel Tang Rectasc. ⊙ = Tang Länge ⊙. Cos Schiefe d. Eklipt. folgendergeſtalt erhalten:

Um 5 Uhr 15′ Ab.

Länge der ⊙	= 3Z. 3° 29′ 49″		log tang 86° 30′ 10″	= 11,213 8596
	= 93 29 49		log cos 23 28 0	= 9,962 5076
ſubtr. von	180 0 0		log tang 86 11 20	= 11,176 3672
Reſt	= 86 30 10		ſubtr. v. 180 0 0	
Schiefe d. Eklipt.	= 23 28 0		Reſt = 93 48 40	gerade Aufſteigung der ⊙.
			+ 78 45 0	
			μ = 172 33 40	

Für 6 Uhr 5′ Ab. und 6 Uhr 55′ Ab. wird auf eben die Art gerechnet.

Rechnung für die Länge und Höhe = A des Nonagesimus der ☉

Um 5 Uhr 15′ Ab.

$\varphi = 51° \; 3'$

$\mu = 172 \; 34$

$\text{Sin}\,\mu = \text{Sin}\; 7° \; 26'$

$10 + \log \text{Tang}\,\varphi = 20.0924059$

$- \log \text{Sin}\,\mu = 9,1118420$

$\log \text{Tang}\,\omega = 10,9805639$

$\omega = 84° \; 2'$

$\alpha = 23 \; 28$

$\omega - \alpha = 60 \; 34$

$\text{Tang}\,\mu = - \text{Tang}\; 7° \; 26'$

Demnach:

$$\text{Tang Nonag.} = - \frac{\text{Tang}\,7°\,26'.\ \text{Cos}\,60°\,34'}{\text{Cos}\,84°\,2'}$$

$$\text{Cos A} = \frac{\text{Sin}\,51°\,3'.\ \text{Sin}\,60°\,34'}{\text{Sin}\,84°\,2'}$$

Log Tang 7° 26′	=	9,1155072
+ log Cos 60 34	=	9,6914445
Summe	=	18,8069517
— log Cos 84 2	=	9,0168239
log Tang 31 40	=	9,7901278
subtr. von 180 0		
Rest = 148 20		
4Z = ☊ = 120 0		
Nonages. = 4Z. 28° 20′		

Log Sin 51° 3′	=	9,8908092
+ log Sin 60 34	=	9,9399823
Summe	=	19,8307915
— log Sin 84 2	=	9,9976408
log Cos A	=	9,8331507
A d. i. *Höhe des Nonag.*	=	47° 4′ 40″

Um 6 Uhr 5′ Ab.

$\varphi = 51^\circ\ 3'$

$u = 185\ \ 6$

$\text{Sin}\ \mu = -\ \text{Sin}\ 5^\circ\ 6'$

$10 + \log \text{Tang}\ \varphi = 20{,}0924059$

$-\ \log\ \text{Sin}\ \mu = 8{,}9488739$

$\log \text{Tang}\ 85^\circ\ 53'\ 20'' = 11{,}1435320$

subtr. von $180\ \ 0\ \ 0$

$\omega = 94\ \ 7\ \ 0$

$\alpha = 23\ \ 28\ \ 0$

$\omega - \alpha = 70\ \ 39\ \ 0$

$\text{Sin}\ \omega = \text{Cos}\ 4^\circ\ 7'$

$\text{Cos}\ \omega = -\ \text{Sin}\ 4^\circ\ 7'$

$\text{Tang}\ \mu = \text{Tang}\ 5^\circ\ 6'$

Demnach:

$$\text{Tang Nonag.} = -\ \frac{\text{Tang}\ 5^\circ\ 6'.\ \text{Cos}\ 70^\circ\ 39'}{\text{Sin}\ 4^\circ\ 7'}$$

$$\text{Cos A} = \frac{\text{Sin}\ 51^\circ\ 3'.\ \text{Sin}\ 70^\circ\ 39'}{\text{Cos}\ 4^\circ\ 7'}$$

$\text{Log Tang}\ 5^\circ\ 6' = 8{,}9505967$

$+\ \log \text{Cos}\ 70\ 39 = 9{,}5202711$

Summe $= 18{,}4708678$

$-\ \log\ \text{Sin}\ 4\ \ 7 = 8{,}8560493$

$\log \text{Tang}\ 22\ 23 = 9{,}6148185$

subtr. von $180\ \ 0$

Rest $= 157\ 37$

$5\,Z = ♍ = 150\ \ 0$

Nonages. $= 5\,Z.\ 7^\circ\ 37'$

$\text{Log Sin}\ 51^\circ\ 3' = 9{,}8908092$

$+\ \log \text{Sin}\ 70\ \ 39 = 9{,}9747475$

Summe $= 19{,}8655567$

$-\ \log \text{Cos}\ 4\ \ 7 = 9{,}9988780$

$\log \text{Cos A} = 9{,}8666787$

Ad. i. *Höhe des Nonag.* $= 42^\circ\ 38'$

Völlig auf eben die Art wird die Länge und Höhe des Nonagesimus um 6 U. 55′ Ab. gefunden.

Regel 5.

§. 27.

Wenn der Nonageſimus, die Höhe deſſelben, und folglich die wahre Entfernung des Mondes vom Nonageſimus bekannt ſind, ſo werden die Parallaxen der Länge und Breite des Mondes berechnet. — Um aber auch zugleich auf die Sonnenparallaxe Rückſicht zu nehmen, ſetze man in den Formeln für die Parallaxen anſtatt der Horizontalparallaxe des Mondes allein, den Unterſchied zwiſchen den Horizontalparallaxen der Sonne und des Mondes.

Wenn die Horizontalparallaxe des ☽ von der ☉ $= \pi$
die Höhe des Nonageſimus $= A$
die wahre Entfernung des ☽ vom Nonageſ. $= b$
geſetzt wird; ſo iſt parall. long. $= \pi$ Sin A. Sin b
parall. latit. $= \pi$ Cos A.

Genauere Formeln die Parallaxe der Länge und Breite zu berechnen, ſtehen in *Bodens aſtronom. Jahrbuch für das Jahr* 1793. Seite 193. IV.

Rechnung für 5 Uhr 15′ Ab.

☽ Länge	= 3Z.	3°	29′	36″
Nonag. ☉	= 4	28	20	0
b	= 0	54	50	0
Horiz. Parall. ☉	= 0	0	8	
Horiz. Par. ☽ zu Leipz.	= 0	60	49	
☽ Par. — ☉ Par. = π	= 0	60	41	
A	= 47	5	0	

log π = log 3641″	= 3,561 2207
+ log Sin A	= 9,864 7156
+ log Sin b	= 9,912 4772
log parall. long.	= 3,338 4135
par. long.	= 2179, 8″ = 36′ 20″
log π = log 3641″	= 3,561 2207
+ log Cos A	= 9,833 1050
log parall. latit.	= 3,394 3257
par. latit.	= 2479, 3″ = 41′ 19″

Eben ſo wird die Rechnung für die 2 übrigen Zeiten geführt.

Regel 6.

§. 28.

Die gefundenen Parallaxen ſetze man gehörig zu den wahren Oertern des Mondes, damit ſeine abſolute ſo wohl als relative ſcheinbare Bewegung erhalten werde; auch zeichne man in einer Tafel für alle drey Zeitmomente den Unterſchied der ſcheinbaren Länge von Sonne und Mond, imgleichen die ſcheinbare Breite des Mondes auf, und erweitere dieſe Tafel durch Interpolation auf 5 zu 5 oder 10 zu 10 Minuten Zwiſchenzeit; dieſen kann man noch die Summe der ſcheinbaren Halbmeſſer von Sonne und Mond beyſchreiben.

Die Parallaxe der Länge des ☽ wird zu der wahren Länge deſſelben addirt, wenn der Mond vom Nonageſimus gegen Morgen entfernt iſt, d. i. wenn die wahre Länge des ☽ gröſser als die Länge des Nonageſimus iſt; aber davon abgezogen, wenn der ☽ vom Nonageſimus gegen Abend entfernt iſt, d. i. wenn die wahre Länge des ☽ kleiner als die Länge des Nonageſimus iſt, *welcher letztere Fall in gegenwärtiger Rechnung ſtatt findet*: ſo ergiebt ſich die ſcheinbare Länge des ☽.

Die Parallaxe der Breite des ☽ wird {von / zu} der wahren Breite des Mondes {ſubtrahirt / addirt} wenn dieſelbe {Nördlich / Südlich} iſt, um die ſcheinbare ☽breite zu erhalten.

Z. E. um 5 Uhr 15′ Ab. iſt die wahre ☽länge = 3Z 3° 29′ 36″
< Nonages: 4Z. 28° 20′; demnach *ſubtr.* par long = 36 20

bleibt die ſcheinbare Länge des Mondes	=	3 2 53 16
wahre Länge der Sonne	=	3 3 29 49
Unterſchied, ☽ weſtl.	=	0 0 36 33
wahre ☽breite	=	Nördl. 59 57
ſubtr. par. latit.	=	· 41 19
ſcheinbare Breite des ☽	=	Nördl. 18 38

Zur Interpolation bediene ich mich *Käſtners* Anweiſung in *Langsdorfs Erläuterungen über die Käſtnerische Analyſis des Unendlichen*, *Seite 219 etc.* auf folgende Art, ſo daſs allezeit $y + n.\Delta 1 + \frac{n.(n-1)}{1.2}.\Delta 2 = yn$ geſucht wird:

Zeit	Unterſchied der ſcheinb. Länge	1ſte Differenz = Δ 1	2te Differenz = Δ 2
5 Uhr 15′	— 36′ 33″		
6 5	— 7 52	+ 28′ 41″	
6 55	+ 22 32	+ 30 24	+ 1′ 43″

Für 5 Uhr 25′ wird $n = + \frac{10}{50} = + 0,2$; alſo
$n.\Delta 1 = + 0,2. + 28' \; 41'' = + 5' \; 44,2''$; und
$\frac{n.(n-1)}{1.2}.\Delta 2 = \frac{0,2.(0,2-1)}{1.2}. + 1' 43'' = - 8,2''$
demnach $y\,n = - 36' \; 33'' + 5' \; 44,2'' - 8,2''$
$= - 30' \; 57''$ *Unterſchied der ſcheinbaren Länge um 5 Uhr 25 Min.*

Für 5 Uhr 5′ ist $n = -\frac{10}{50} = -0{,}2$; also

$n.\Delta 1 = -0{,}2. + 28' 41'' = -5' 44{,}2''$; und

$$\frac{n.(n-1)}{1.2}.\Delta 2 = \frac{-0{,}2.(-0{,}2-1)}{1.2}.+1' 43'' = +12{,}36''$$

Demnach $y n = -36' 33'' - 5' 44'' + 12''$
$= -42' \; 5''$ *Unterschied der scheinbaren Länge um 5 Uhr 5′ Ab.*

$$\text{Für} \begin{Bmatrix} 5 \text{ U. } 35' \\ 5 \quad\; 55 \end{Bmatrix} \text{wird } n = \begin{Bmatrix} +\frac{20}{50} = +0{,}4 \\ +\frac{40}{50} = +0{,}8 \end{Bmatrix}$$

$$\text{Demnach } y n = \begin{Bmatrix} -36' 33'' + 11' 28'' - 12'' = -25' 17'' \\ -36 \;\; 33 + 22 \;\; 57 - \;\; 8 = -13 \;\; 44 \end{Bmatrix}$$

Um für 6 U. 15′, 25′, 45′ und 7 U. 5′ den Unterschied der scheinbaren Länge durchs Interpoliren zu finden, verfährt man so:

Zeit		Unterſchied der ſcheinb. Länge			1ſte Differenz = Δ 1		2te Differenz = Δ 2	
6 Uhr	55′	+	22′	32″				
6	5	—	7	52	— 30′	24″		
5	15	—	36	33	— 28	41	+ 1′	43″

$$\text{Für}\left\{\begin{array}{ll}6\text{ U.} & 15'\\ 6 & 25\\ 6 & 45\\ 7 & 5\end{array}\right\}\text{ iſt } n=\left\{\begin{array}{l}+\dfrac{40}{50}=+0{,}8\\ +\dfrac{30}{50}=+0{,}6\\ +\dfrac{10}{50}=+0{,}2\\ -\dfrac{10}{50}=-0{,}2\end{array}\right\}$$

Demnach

$$y\,n=\left\{\begin{array}{l}+22'\,32''-24'\,19''-8''=-1'\,55''\\ +22\;\;32\;-18\;\;14{,}4-12{,}4=+4\;\;5\\ +22\;\;32\;-\;6\;\;5\;-8=+16\;19\\ +22\;\;32\;+\;6\;\;5\;+12=+28\;49\end{array}\right\}$$

Bey Aufſuchung der ſcheinbaren Breite des ☽, desgl. der Summe der Halbmeſſer von ☉ und ☽, für eben dieſe Zwiſchenzeiten, können die 2ten Differenzen vernachläſſigt werden.

§. 29.

Zur Ueberſicht der Rechnungen von *Regel* 1 — 6 (§. 23—28) dienen folgende 2 Tafeln XXII und XXIII.

Tafel XXII.

⊙finsterniſs Jun. 24. 1797 Leipz. Mer.

	5 Uhr 15′ Ab.	6 Uhr 5′	6 Uhr 55′
Wahre Länge der ⊙ – –	3Z. 3° 29′ 49″	3Z. 3° 31′ 48″	3Z. 3° 33′ 47″
Wahre Länge des ☽ – –	3 3 29 36	3 4 0 45	3 4 31 55
Wahre Breite des ☽, Nö. – –	59 57	1 2 47	1 5 37
Halbmeſſer der ⊙ – –	15 47	15 47	15 47
Horiz. Parall. des ☽ unt. Aeq. – –	61 0	61 0	61 0
Horiz. Halbm. des ☽ – –	16 37	16 37	16 37
Höhe des ☽, ohngefähr – –	25°	18°	11°
Vergröſserung des ☽halbm. – –	7,6″	5,6″	3,4″
Scheinb. Halbm. ☽ in dieſ. Höhe – –	16′ 44,6″	16′ 42,6″	16′ 40,4″
Summe der Halbm. des ☽ und der ⊙ –	32 31,6	32 29,6	32 27,4
Polhöhe von Leipzig – –	51° 19′ 41″	51° 19′ 41″	51° 19′ 41″
Redukt. derſ. nach der Tafel – –	— 16 44	— 16 44	— 16 44
Reduzirte Polhöhe = ϕ – –	51 2 57	51 2 57	51 2 57
Verbeſſ. der Aeq. Par. des ☽ – –	— 11	— 11	— 11
Horiz. Parall. des ☽ zu Leipzig – –	60 49	60 49	60 49

Fortſetzung der Tafel XXII.

	5 Uhr 15′ Ab.	6 Uhr 5′	6 Uhr 55′
Weſtl. Abſt. der ⊙ vom Meridian –	78° 45′	91° 15′	103° 45′
Gerade Aufſteigung der ⊙ – –	93 49	93 51	93 53
alſo ger. Aufſt. der Mitte des Himm. μ	172 34	185 6	197 38
Schiefe der Ekliptik . – –	23 28	23 28	23 28
Länge des Nonageſim. ⊙ – 4Z.	28° 20′	5Z. 7° 37′	5Z. 17° 17′
Höhe – – = A – –	47 5	42 38	37 54
Wahr. Abſt. des ☽ vom Non. = b –	54° 50′	63° 36′	72° 45′
Horizont. Parallaxe der ⊙ – –	8″	– 8″	8″
☽Parall. – ⊙Parall. = π – –	60′ 41″	60′ 41″	60′ 41″
Parallaxe der Länge ☽ – –	— 36 20	— 36 49	— 35 36
Parallaxe der Breite ☽ – – –	— 41 19	— 44 39	— 47 53
Alſo ſcheinb. Länge des ☽ – – 3Z.	2° 53′ 16″	3Z. 3° 23′ 56″	3Z. 3° 56′ 19″
Unterſch. d. ſcheinb. Länge ☽ u. ⊙.	weſtl. 36′ 33″	weſtl. 7′ 52″	öſtl. 22′ 32″
Scheinb. Breite ☽. Nördlich	18′ 38″	18′ 8″	17′ 44″

Tafel XXIII.

Zeit			Unterſchied der ſcheinb. Länge		Scheinbare Breite d. ☽ Nördlich		Summe der Halbmeſſer d. ☉ u. des ☽	
U.	M.	S.	Min.	Sek.	Min.	Sek.	Min.	Sek.
5	5	0	— 42	5	18	44	32	32,0
5	15	0	— 36	33	18	38	32	31,6
5	25	0	— 30	57	18	32	32	31,2
5	35	0	— 25	17	18	26	32	30,8
5	55	0	— 13	44	18	14	32	30,0
6	5	0	— 7	52	18	8	32	29,6
6	15	0	— 1	55	18	3	32	29,2
6	25	0	+ 4	5	17	58	32	28,7
6	45	0	+ 16	19	17	49	32	27,8
6	55	0	+ 22	32	17	44	32	27,4
7	5	0	+ 28	49	17	39	32	27,0

Regel 7.

§. 30.

Durch Vergleichung der ſcheinbaren Breite und der Unterſchiede der ſcheinbaren Länge mit der Summe der Halbmeſſer läſst ſich ohngefähr ſchätzen, was für eine Breite zunächſt dem Anfange und Ende der Sonnenfinſterniſs zukommt; dies iſt in der That nicht ſchwer zu finden, ohngeachtet dieſe eben genannten Zeiten noch nicht genau bekannt ſind, da oftmals

in einer ganzen Stunde die Breite ſich kaum um einige Minuten verändert, und es überdies zu gegenwärtiger Abſicht hinreicht, die Breite innerhalb dieſer Grenzen voraus zu wiſſen. Dieſe ſo herausgebrachte Breite (latitudo *ficta*) nenne man alſo x, die ihr aus der Tafel entſprechende Summe der Halbmeſſer aber = c, und berechne den Werth von $\surd(c^2 - x^2)$; wenn man nun dieſen in der Tafel unter den Unterſchieden der ſcheinbaren Länge aufſucht, und zu ihm eine Breite gehört, die der angenommenen Breite (fictæ) gleich iſt, ſo iſt er ſelbſt der wahre Unterſchied der ſcheinbaren Länge zur Zeit des Anfangs oder des Endes der Finſterniſs. Findet ſich aber ein Unterſchied zwiſchen dieſen Breiten, ſo nenne man denſelben dx, und ſetze wie $\surd(c^2 - x^2)$ zu x alſo dx zum vierten Gliede; wird nun daſſelbe zu $\surd(c^2 - x^2)$ addirt, wenn die erdichtete Breite gröſser iſt, oder davon ſubtrahirt, wenn ſie kleiner iſt, ſo bekömmt man den verbeſſerten oder wahren Unterſchied der ſcheinbaren Länge für den Anfang oder das Ende der Sonnenfinſterniſs. Wenn daher vermittelſt der Tafel die dazu gehörige Zeit geſucht wird, ſo iſt die Zeit des Anfangs ſo wohl als des Endes der Sonnenfinſterniſs bekannt.

Rechnung für den Anfang der ☉finſterniſs.

Man ſetze für die Zeit des Anfangs der Sonnenfinſterniſs die ſcheinbare Breite des ☽ oder $x = 18' 35''$ *latit. ficta*; die Summe der Halbmeſſer der ☉ und des ☽ oder $c = 32' 31''$; ſo bekömmt man den Unterſchied der ſcheinbaren Länge

$$\sqrt{(c^2 - x^2)} = \sqrt{(c+x)(c-x)} = 26' \; 41''$$

Hieraus folgt, wenn man in der *Tafel XXIII* nachſieht, daſs der Anfang der ☉finſterniſs zwiſchen 5 Uhr 25′ und 5 U. 35′ fällt; alsdann wird alſo die ſcheinbare Breite des ☽, im Mittel $= \frac{18' 32'' + 18' 26''}{2}$ $= 18' 29''$ welche um 6″ kleiner als latit. ficta iſt. Daher macht man nun folgende Proportion:

$$\sqrt{(c^2 - x^2)} : x = dx : \Big\} \text{ 4ten Proport. Zahl}$$
$$\text{d. i. } 26' 41'' : 18' 35'' = 6'' : \Big\} = 4''$$

und $26' 41'' + 4'' = 26' 45''$ giebt den verbeſſerten Unterſchied der ſcheinbaren Länge der ☉ und des ☽ für den Anfang der ☉finſterniſs.

Die Abnahme dieſes Unterſchiedes iſt
zwiſch. 5 U. 25′ u. d. Anf. d. ☉fi. $= 30' 57'' - 26' 45'' = 4' 12''$
— 5 25 u. 5 Uhr 35′ $= 30\ 57 - 25\ 17 = 5\ 40$

Wenn man demnach folgende Regel Detri anſetzt:

$$5' 40'' : 10' = 4' 12'' : \text{4ten Prop. Zahl } 7' 25''$$

ſo ergiebt ſich der *Anfang* der Sonnenfinſterniſs zu Leipzig um 5 Uhr 25′ + 7′ 25″ = 5 Uhr 32′ 25″ Abends.

Rechnung für das Ende der ⊙finsterniss.

$x = 17' \, 40''$ latit. ficta
$c = 32 \; 27$
$\sqrt{(c+x) \, . \, (c-x)} = 27' \; 13''$

Das Ende der ⊙finstern. fällt also zwischen 6 Uhr 55′ und 7 Uhr 5′ Abends; alsdann ist aber die scheinbare Breite des ☽, im Mittel $= \frac{17' \; 44'' + 17' \; 39''}{2}$ $= 17' \; 42''$ welche um 2″ grösser als latit. ficta ist. Daher setzt man

$\sqrt{(c^2 - x^2)} \; : \; x \; = dx \; :$ } 4ten Proport. Zahl
d. i. $27' \, 13'' : 17' \, 40'' = 2 \; :$ } $= \; 1''$

und es ist nunmehro $27' \; 13'' - 1'' = 27' \; 12''$ der verbesserte Unterschied der scheinbaren Länge beym Ende der ⊙finsterniss.

Die Zunahme dieses Unterschiedes ist
zwisch. 6U. 55′ u. d. Ende d. ⊙fi. $= 27' \, 12'' - 22' \, 32'' = 4' \, 40''$
— 6 55 u. 7 Uhr 5′ $= 28 \; 49 - 22 \; 32 = 6 \; 17$

Demnach giebt folgende Proportion
$6' \; 17'' : 10' = 4' \; 40''$: 4ten Prop. Zahl $7' \; 26''$

das *Ende* der Sonnenfinsterniss zu Leipzig um 6 Uhr $55' + 7' \; 26'' = 7$ Uhr $2' \; 26''$ Abends.

Dauer = 1 St. 30′ 1″.

Regel 8.

§. 31.

Um die Zeit der grössten Verdunkelung zu bestimmen, setze man die erdichtete oder

der wahren am nächſten kommende ſcheinbare Breite zu dieſer Zeit $=$ x, die Zunahme oder Abnahme derſelben die um eben dieſe Zeit dem Zeitraum von 5 oder 10 Minuten zugehört $=$ dx, ferner die Zu- oder Abnahme des Unterſchiedes der ſcheinbaren Länge in eben dieſem Zeitraume $=$ dy, und mache folgende Proportion: wie dy zu dx alſo x zum vierten Gliede y, welches der Unterſchied der ſcheinbaren Länge zur Zeit des Mittels oder der gröſsten Verdunkelung an der Sonne iſt; dieſe letztere Zeit wird daher die Tafel leicht angeben, wobey jedoch zu merken iſt, daſs y unter den Unterſchieden der ſcheinbaren Länge vor der ſcheinbaren Zuſammenkunft aufgeſucht werden muſs, wenn die ſcheinbare Mondsbreite zunimmt, und umgekehrt.

Rechnung für die Zeit der gröſsten Verfinſterung.

Man ſetzt $x = 18' \, 0''$ latit. ficta; denn das Mittel der ☉finſterniſs fällt ohngefähr in die Mitte zwiſchen Anfang und Ende, alſo auf 6 Uhr 17′; dies giebt aus *Tafel XXIII*

$dx = - \;\; 5''$ Abnahme der ſcheinbaren Breite;
$dy = + 6' \, 0''$ Zunahme des Unterſchiedes der ſcheinbaren Länge;
$dy : dx = x : y$
d. i. $6' : 5'' = 18' : 15''$ Unterſchied der ſcheinbaren Länge zur Zeit der gröſsten Verdunkelung, den man folgenderſtalt in die *Tafel XXIII* einſchiebt:

Zeit	Unterſchied der ſcheinb. Länge
6 Uhr 15′	— 1′ 55″
Q	+ 0 15
6 25	+ 4 5

Nun hat man alſo

dy oder 6′ : 10′ = 2′ 10″ Wachsthum des Unterſchiedes von 6 Uhr 15′ bis zur Zeit Q d. i. der gröſsten Verdunkelung : 4ten Proportionalzahl 3′ 37″ welche zu 6 Uhr 15′ addirt, Q oder die *Zeit der gröſsten Verdunkelung* zu Leipzig um 6 Uhr 18′ 37″ Abends giebt.

Regel 9.

§ 32.

Da alſo die wahre Zeit der gröſsten Verdunkelung bekannt iſt, ſo wird auch vermöge der Tafel die eben dieſer Zeit zugehörige ſcheinbare Breite des Mondes gegeben ſeyn. Setzt man nunmehro dieſe an die Stelle der erdichteten Mondsbreite x, ſo iſt $\sqrt{(x^2 + y^2)}$ die nächſte ſcheinbare Entfernung der Mittelpunkte; wird letztere von der Summe beyder Halbmeſſer ſubtrahirt, ſo giebt der Reſt in Zolle, wovon der Sonnenhalbmeſſer ſechs enthält, verwandelt, die Gröſse der Verfinſterung.

Rechnung für die Gröſse der ☉finſterniſs.

Durch die Proportion 10′ : 5″ = 3′ 37″ : 4ten Proportionalzahl 2″ erhält man 18′ 3″ — 2″ = 18′ 1″ = x *latitudo verior* oder verbeſſerte ſcheinbare Breite des ☽ zur Zeit der gröſsten Verdunkelung. Da nun für eben dieſe Zeit y = 15″ (§. 31.) ſo ergiebt ſich $\sqrt{(x^2 + y^2)}$ = 18′ 1,1″ d. i. die nächſte ſcheinbare Entfernung der Mittelpunkte, welche von der Summe der Halbmeſſer der ☉ und des ☽ = 32′ 29,0″ abgezogen, die Gröſse der Verfinſterung = 14′ 28″ übrig läſst. Endlich ſetzt man

☉halbm. 15′ 47″ (Tafel XXI) : 6 Zoll = 14′ 28″ : 4ten Proportionalzahl 5 Zoll 30′ welches die *Gröſse* der Verdunkelung an der Sonne nördl. Theil zu Leipzig iſt.

Tafel XXIV.

Für die ☉fi. den 24. Jun. 1797 ist von §. 16. bis §. 32 durch Rechn. gefunden worden

Für die Erde überhaupt und nach Leipziger Uhr

Fig. VI.

§. 18.	Abends U.	′	″		Länge °	′	″	Nordl. Breite °	′	″	
Anfang in A	3	3	12	unter	238	15	0	32	25	0	§. 19
Anf. total in e	4	45	5	—	173	23	15	62	14	0	§. 20
Mittel in d	5	5	27	—	151	57	55	77	17	40	§. 21
Ende total in h	5	25	49	—	110	44	55	65	32	10	§. 20
Ende in B	7	7	42	—	33	58	20	39	27	0	—
Dauer total eh	0St.	40	44								
Dauer AB	4	4	30								

Für Leipzig insbesondere

	Abends U.	′	″	
Anfang	5	32	25	§. 30
Mittel	6	18	37	§. 31
Die Größe erstreckt sich auf am nördl. Theil der ☉	5 Zoll	30	0	§. 32
Ende	7 U.	2	26	§. 30
Dauer	1 St.	30	1	—

Berechnung der Beobachtung einer ☉finſterniſs nach Tempelhof in Nouveaux mémoir. de Berlin année 1786.

§. 33.

Man ſucht die verbeſſerte Polhöhe $= p - \phi$, entweder nach der Tafel in §. 25 *Regel* 3, oder nach der Berlin. Samml. aſtr. Tafeln, Band 2 ☽taf. LI. Seite 79 desgl. für die Zeit der Conjunktion aus den aſtronomiſchen Tafeln:

Die Schiefe der Ekliptik	$= E$
Die wahre Breite des ☽	$= \lambda$
Den wahren ☽halbmeſſer aus dem Mittelpunkte der Erde geſehen d. i. den Horizontal-Halbmeſſer des ☽	$= R$
Den ☉halbmeſſer	$= r$
Die Horizontal-Parallaxe des ☽ unter dem Aequator	$= \pi$
Die Horizontal-Parallaxe der ☉	$= \omega$
Die ſtündl. Bewegung des ☽ von der ☉	$= H - h$
Die ſtündl. Bewegung des ☽ in der Breite	$= l$

aber für den Anfang und das Ende der Sonnenfinſterniſs:

Die wahre Länge der ☉	$= S$
Die gerade Aufſteigung der Mitte des Himmels §. 26	$= P$

So ergiebt ſich hieraus

Für $\left\{\begin{array}{l}\textit{den Anfang}\\ \textit{das Ende}\end{array}\right\}$ *der ☉finſterniſs*

durch $\quad \text{Tang}\ \theta = \frac{H - h}{l}$ der Winkel θ

und durch $\text{Tang}\ u = \text{Tang}\ E.\ \text{Sin}\ P$ der Winkel u.

Nun iſt A aus der Gleichung

$$\text{Cos}\ A = \frac{\text{Cos}\ E.\ \text{Sin}\ (p - \varphi - u)}{\text{Cos}\ u}$$

zu berechnen. Wenn A gefunden iſt, ſo ſucht man B durch folgende Formel:

$$\text{Cos}\ B = \frac{\text{Cos}\ P.\ \text{Cos}\ (p - \phi)}{\text{Sin}\ A}$$

worauf ſich ζ und K oder blos log K durch folgende 2 Formeln ergeben:

$$\text{Tang}\ \zeta = \frac{\text{Cos}\ A}{\text{Sin}\ A.\ \text{Sin}\ (S - B)}$$

$$K = \frac{\text{Cos}\ A}{\text{Sin}\ \zeta}.$$

Eine andere Methode die Werthe von ζ und log K zu finden.

§. 34.

Wenn t die wahre aſtronomiſche Zeit der Beobachtung des Anfangs oder Endes einer Sonnenfinſterniſs bedeutet, und alſo 15. t eben dieſe Zeit in Grade des Aequators verwandelt iſt, da 15^{0} auf 1 Stunde gerechnet werden (Berlin. Samml. aſtr. Taf. Band 1. ☉taf. 30.

Seite 293); so lassen sich ebenfalls durch folgende Gleichungen die Werthe von ζ und log K berechnen:

$$\text{Sin } D = \text{Sin } E.\ \text{Sin } S$$

$$\text{Tang } u = \frac{\text{Sin } D.\ \text{Cos } 15t}{\text{Cos } D}$$

$$\text{Tang } \beta = -\frac{\text{Cos } D.\ \text{Sin } (p - \phi - u)}{\text{Cos } u.\ \text{Sin } 15t.\text{Cos}(p - \phi)}$$

$$\text{Tang } \alpha = \text{Tang } E.\ \text{Cos } S$$

$$\zeta = \alpha + \beta$$

$$K = -\frac{\text{Sin } 15t}{\text{Cos } \beta}.\ \text{Cos } (p - \phi)$$

§. 35.

ϱ ist der Halbmesser der Erde für einen gegebenen Ort, oder die Weite des Beobachters vom Mittelpunkt der Erde; r der Halbmesser des Aequators: und $m = \frac{\varrho}{r}$ die Verhältniss des Erdhalbmessers zum Halbmesser des Aequators. Man kann sich zwar der Tafel in der Berlin. Samml. astr. Tafeln, Band 3, Seite 164 — 170, und darin der verticalen Kolumne: *Entfernung vom Mittelpunkt BC in Klaftern*, bedienen, um diese Verhältniss oder *Log m*, den man für die gegebene Polhöhe p in den folgenden Rechnungen eigentlich nur nöthig hat, zu finden. Nachfolgende Tafel giebt aber unmittelbar Log m + 10 also Log m = dem Logarithmen dieser Tafel — 10.

Tafel für den Logarithmen des Erdhalbmessers.

Polhöhe = p	Log m + 10	Polhöhe = p	Log m + 10	Polhöhe = p	Log m + 10	Polhöhe = p	Log m + 10
0°	10,0000000	20°	9,9997812	40°	9,9992241	60°	9,9985854
1	9,9999994	21	9,9997597	41	9,9991915	61	9,9985569
2	9,9999977	22	9,9997374	42	9,9991588	62	9,9985290
3	9,9999949	23	9,9997143	43	9,9991260	63	9,9985017
4	9,9999909	24	9,9996903	44	9,9990930	64	9,9984751
5	9,9999858	25	9,9996656	45	9,9990600	65	9,9984493
6	9,9999796	26	9,9996402	46	9,9990270	66	9,9984241
7	9,9999723	27	9,9996140	47	9,9989939	67	9,9983998
8	9,9999638	28	9,9995871	48	9,9989610	68	9,9983762
9	9,9999543	29	9,9995596	49	9,9989282	69	9,9983534
10	9,9999437	30	9,9995315	50	9,9988955	70	9,9983316
11	9,9999320	31	9,9995028	51	9,9988630	71	9,9983106
12	9,9999192	32	9,9994736	52	9,9988307	72	9,9982905
13	9,9999054	33	9,9994438	53	9,9987987	73	9,9982713
14	9,9998906	34	9,9994136	54	9,9987670	74	9,9982532
15	9,9998748	35	9,9993829	55	9,9987357	75	9,9982360
16	9,9998580	36	9,9993518	56	9,9987047	80	9,9981654
17	9,9998402	37	9,9993203	57	9,9986741	85	9,9981222
18	9,9998214	38	9,9992885	58	9,9986440	90	9,9981076
19	9,9998017	39	9,9992564	59	9,9986144		

Wenn T die geſuchte wahre Zeit der wahren Conjunktion, und t die gegebene wahre Zeit der Beobachtung des Anfangs oder Endes einer ⊙finſterniſs bedeutet; ſo wird T — t d. i. die Zeit, welche zwiſchen dem Anfang oder Ende der beobachteten ⊙finſterniſs und der ☌ verfließt, durch folgende Gleichung erhalten:

$$T - t = \frac{\text{Sin}\,\theta}{H - h} \cdot \left\{ m(\pi - \omega)\,K.\text{Sin}(\theta - \zeta) + \lambda.\text{Cos}\,\theta + \sqrt{(R + r + m(\pi - \omega)\,K.\text{Cos}(\theta - \zeta) - \lambda\,\text{Sin}\,\theta)(R + r - m \times (\pi - \omega)\,K.\,\text{Cos}\,(\theta - \zeta) + \lambda\,\text{Sin}\,\theta)} \right\} \text{Stu.}$$

woraus ſich alsdann, da t bekannt iſt, die *wahre Zeit der wahren Conjunktion* oder T ergiebt, welche gefunden werden ſollte. Dieſe Formel giebt zwar zwey Werthe für die Zeit der ☌, man wird aber jederzeit leicht den *falſchen* Werth von dem *richtigen* unterſcheiden können, da man die Zeit der ☌ *aus den aſtronomiſchen Tafeln* ohngefähr wiſſen kann. Der falſche Werth wird alſo derjenige ſeyn, der mit dieſer ☌⊙☽ welche die Tafeln angeben, gar nicht übereinſtimmt. Hingegen wenn man den Anfang und das Ende einer ⊙finſterniſs beobachtet hat, ſo ergeben ſich aus einer jeden Beobachtung zwey Werthe, und alſo in allem vier Werthe für die Zeit der wahren ☌, T; worunter die beyden *einander gleichen* Werthe die geſuchte wahre Zeit der wahren Conjunktion geben werden. Sind ſie nicht vollkommen gleich, ſo nimmt man ein Mittel aus beyden.

Beyſpiel.

§. 37.

Zur Erläuterung der von §. 33 bis §. 36 gegebenen allgemeinen Regeln habe ich in der nächſtfolgenden *Tafel* XXV die in *Bodens Jahrbuch für* {1791, 1792} *Seite* {243 — 247, 193 — 205} von *Gerſtner* nach einer von ihm erfundenen Methode der Längenberechnung aus Sonnenfinſterniſſen, berechnete Prager Beobachtung der ☉finſterniſs vom 4ten Junius 1788 gewählt. Er findet daſelbſt die Zeit der wahren ☌☉☽, 9 Uhr 56′ 31″; und ich nach gegenwärtiger Methode 9 Uhr 56′ 30,5″ ſo daſs alſo beyde Rechnungsarten ſehr gut mit einander übereinſtimmen.

Tafel XXV.

Berechnung der ☉finsterniss, welche am 4ten Junius 1788 zu Prag beobachtet worden.

Nach §. 33

Für die Zeit der Conjunktion.

p	=	50° 5′ 47″
p—φ	=	49 51 10
E	=	23 27 58
λ Nördlich	=	+0 15 0
	=	+ 900
R	=	0 16 30
	=	990
r	=	0 15 48,4
	=	948,4
R + r	=	1938,4
π	=	0 60 34
	=	3634
ω	=	0 0 8,6
π — ω	=	3625,4
H—h	=	0 34 27,5
	=	2067,5
l	=	—0 3 25,4
	=	— 205,4

Fortſetzung der Tafel XXV.

Für den Anfang der ☉finſterniſs.			Für das Ende der ☉finſterniſs.		
S	=	2Z 14° 13′ 8″	S	=	2Z 14° 17′ 54″
	=	74 13 8		=	74 17 54
P	=	18 14 23	P	=	48 16 3
θ	=	95 40 25	θ	=	95 40 25
u	=	7 44 15	u	=	17 57 1
A	=	51 37 28	A	=	59 21 53
B	=	38 38 15	B	=	60 4 45
ζ	=	53 41 31	ζ	=	67 28 24
Log K	=	0,8867094 — 1	Log K	=	0,7416738 — 1
Nach §. 34					
t	=	20St. 21′ 29″	t	=	22St. 21′ 15″
15 t	=	305° 22 15	15t	=	335° 18 45
D Nö.	=	+ 22 31 55	D Nö.	=	+ 22 32 28
u	=	13 30 14	u	=	20 39 45
β	=	46 57 39	β	=	60 46 43
ω	=	6 44 0	ω	=	6 42 2
ζ	=	53 41 39	ζ	=	67 28 45
Log K	=	0,8866751 — 1	Log K	=	0,7416411 — 1
Log m	=	9,9988924 — 10	Log m	=	9,9988924 — 10

aus Taf. §. 35.

Fortſetzung der Tafel XXV.

Nach §. 36.

Für den Anfang der ☉finſterniſs.

$\theta - \zeta$ nach §. 33 $= 41^\circ\ 58'\ 54''$

$m(\pi - \omega) K. \sin(\theta - \zeta) = 1863{,}4''$

$\lambda. \cos\theta = -\ 88{,}975$

$R + r = 1938{,}4$

$m(\pi - \omega) K. \cos(\theta - \zeta) = 2070{,}9$

$\lambda. \sin\theta = 895{,}59$

Erſter Werth für

$T - t = \frac{\sin\theta}{H-h} \cdot [232{,}984]$ St.

$= 0{,}11213$ Stunden

$= 0$ St. $6'\ 43{,}668''$

Zweyter Werth für

$T - t = \frac{\sin\theta}{H-h} \cdot [3315{,}866]$ St.

$= 1{,}596$ Stunden

$= 1$ St. $35'\ 45{,}6''$

Für das Ende der ☉finſterniſs.

$\theta - \zeta = 28^\circ\ 12'\ 1''$

$m(\pi - \omega) K. \sin(\theta - \zeta) = 942{,}7''$

$\lambda. \cos\theta = -\ 88{,}975$

$R + r = 1938{,}4$

$m(\pi - \omega) K. \cos(\theta - \zeta) = 1758{,}11$

$\lambda. \sin\theta = 895{,}59$

Erſter Werth für

$T - t = \frac{\sin\theta}{H-h} \cdot [-882{,}205]$ St.

$= -\ 0{,}42461$ Stund.

$= -\ 0$ St. $25'\ 28{,}6''$

Zweyter Werth für

$T - t = \frac{\sin\theta}{H-h} \cdot [2589{,}655]$ St.

$= 1{,}2464$ Stunden

$= 1$ St. $14'\ 47{,}0''$

Fortſetzung der Tafel XXV.

Erſter Werth für

T = t + 0 St. 6′ 43,668″
= 20 St. 21′ 29″ + 6′ 43,7″
= 8 Uhr 28′ 12,7″ Morg.
dies iſt der falſche Werth für T, weil er nicht mit der ☌☉☽, 9 Uhr 56′ 24,5″ Morg. Prager Zeit, wie ſie aus den Tafeln ohngefähr gefunden wird, harmonirt.

Zweyter Werth für

T = t + 1 St. 35′ 45,6″
= 9 Uhr 57′ 14,6″ Morg.
dies iſt der richtige Werth.

Erſter Werth für

T = t − 0 St. 25′ 28,6″
= 22 St 21′ 15″ − 0 St. 25′ 28,6″
= 9 Uhr 55′ 46,4″ Morg.
der richtige Werth.

Zweyter Werth für

T = t + 1 St. 14′ 47,0″
= 11 U. 36′ 2,0″ Morg.
der falſche Werth.

Oder man hat überhaupt 4 Werthe für die Zeit der wahren ☌☉☽

2 aus dem Anfange der ☉fi.					2 aus dem Ende der ☉fi.				
I.	8 Uhr	28′	12,7″	Morg.	III.	9 Uhr	55′	46,4″	Morg.
II.	9	57	14,6	—	IV.	11	36	2,0	—

darunter die beyden einander ziemlich gleichen Werthe II und III die *wahre Zeit der wahren* ☌ anzeigen. Da dieſe hier nicht ganz gleich ſind, ſo giebt das Mittel

$$\frac{9\ U.\ 57'\ 14{,}6'' + 9\ U.\ 55'\ 46{,}4''}{2}\ \text{d. i.}$$

9 Uhr 56′ 30,5″ Morg. *wahre Zeit der wahren ☌☉☽ aus der Beobachtung.*

Weitere Ausführung

der Lehre von den

Mondfinsterniſſen.

Eine ☽finsterniſs nach Lamberts Methode zu berechnen und zu entwerfen.

§. 38.

Lambert trägt dieſe Methode in ſeinen Beyträgen zur Mathematik, Theil 2. Abſchnitt 2. X. Seite 706 — 719. §. 106 — 124 vor. Jch werde ſie ſogleich auf die erſte Mondfinſterniſs 1791 den 18 April anwenden. Das *Beyſpiel nach Lamberts Methode* auf Tafel XXVI enthält die Berechnungen für die Elemente dieſer ☽finſterniſs zu deren Erläuterung folgendes dient:

Anweiſung zur Berechnung der Elemente einer ☽finſterniſs aus Lamberts Tafeln für die Neu- und Vollmonde, Sonnen- und ☽finſterniſſe, etc

1) Man nimmt aus der erſten Tafel für das ſich darin befindende nächſt kleinere Jahr 1788

Arg. lat. = ☊ + 2′ 14″
die Tage vom Ende des Jahrs = — 43T. 12St. 17′ 41″
den mittlern Ort der ⊙ = 8Z. 7° 46′ 18″
Anom. ⊙ = a = 4Z. 28° 25′ 47″
und Anom. ☽ = M = 9Z. 23° 31′ 14″

2) Man ſubtrahirt 1788 von dem gegebenen Jahre 1791; mit dem Reſt = 3 geht man in die zweyte Tafel und ſchlägt darin das 3te Jahr auf.

Für die	5te Tafel:	Anom. med. ☽ = M	=	5Z. 5° 6′ 57″
—	6	— — ☉ = a	=	9 17 2 6
—	7	— An. ☉ + An. ☽ = a+M	=	2 22 9
—	8	— An. ☉ − An. ☽ = a−M	=	4 11 55
—	9	— 1) An. ☉ + 2 An. ☽ = a+2M	=	7 27 16
—	—	— 2) An. ☉ − 2 An. ☽ = a−2M	=	11 6 48
—	—	— 3) 2 (☽ − ☊) — M	=	7 4 31
—	—	— 4) 2 (☊ — ☉)	=	11 20 22
—	—	— 5) M	=	5 5 7

Rechnung

M = 5Z. 5° 6′ 57″	☽ = 6Z 26° 25′ 14″	☊ = 6Z 21° 36′ 9″
mult. mit 2	☊ = 6 21 36 9	☉ = 0 26 25 14
2M = 10 10 13 54	☽−☊ = 0 4 49 5	☊−☉ = 5 25 10 55
add. a = 9 17 2 6	× 2	× 2
a+2M = 7 27 16	2(☽−☊) = 0 9 38 10	2(☊−☉) = 11 20 22
a−2M = 11 6 48	M = 5 5 6 57	
2 (☽ — ☊) — M = 7 4 31		

Mit diesen Argumenten ergeben sich:

Positive Gleichungen	Negative Gleichungen
Aus Taf. 5: + 3St. 49′ 29″	Aus Taf. 7: — 6′ 56″
— 6 3 56 58	— — 8 7 51
— 9 Kol. 1 0 0 44	— — 9 Kol. 5 0 47
— — — 2 0 0 13	Summe der negGl − 15 34
— — — 3 0 1 4	
— — — 4 0 0 15	
Sum. d. pos. Gl. + 7 48 43	
Sum. d. neg. Gl. − 0 15 34	

Sum. der 9 Gl. + 7 33 9 Zeit zwischen dem mittlern und wahren Vollmonde.

10) Hier zeigt ſich alſo, daſs der *wahre* Vollmond oder die ☍ in Orbita 7 St. 33′ 9″ nach dem mittlern, oder April 6 T. 22 St. 6′ 9″ } d. i.
+ 7 33 9 }
1791 den 7ten April Abends um 5 Uhr 39′ 18″ nach Berliner Uhr, dem alten Kalender und mittlerer Zeit ſich ereigne.

11) Aus der 10ten Tafel werden nun für die Zeit zwiſchen dem mittlern und wahren Vollmond = + 7 St. 33′ 9″ die mittlern Bewegungen genommen und zuſammengerechnet. Da hier der wahre Vollmond ſich nach dem mittlern ereignet, ſo ſind alle Bewegungen *addirend*, die für den ☊ ausgenommen, weil derſelbe ſich rückwärts bewegt. Man findet demnach aus Tafel 10:

Für	☊	☉	a	An. ☽	☽
+ 7 St.	− 56″	+ 17′ 15″	+ 17′ 15″	+ 3° 48′ 38″	+ 3° 50′ 35″
+ 33′	− 4	+ 1 21	+ 1 21	+ 0 17 58	+ 0 18 7
+ 9″	− 0	+ 0 0	+ 0 0	+ 0 0 5	+ 0 0 5
Sum.	− 1′ 0″	+ 18 36	+ 18 36	+ 4 6 41	+ 4 8 47

12) Dieſe mittlern Bewegungen werden dann, ihren poſitiven und negativen Zeichen gemäs, zu ☊, ☉, a, M und ☽ (in 6 und 7) geſetzt, wodurch ſich demnach ergiebt *für die mittlere Zeit der wahren ☍ in Orbita* April 7. 5 U. 39′ 18″:

6Z.	21°	36′	9″	−		1′	0″
0	26	25	14	+		18	36
9	17	2	6	+		18	36
5	5	6	57	+	4°	6	41
6	26	25	14	+	4	8	47

d. i.

6Z. 21° 35′ 9″ = ☊′ reduzirte mittlere Länge des ☊
0 26 43 50 mittlere Länge der ☉
9 17 20 42 anom. med. ☉ = a′
5 9 13 38 anom. med. ☽ = M′
7 0 34 1 mittlere Länge des ☽ = ☽′.

13) Die 11te Tafel giebt mit dem Argument Anom. med. ☉ = a′, die Gleichung des Mittelpunkts der Sonne = + 1° 49′ 45″, welche demnach zur mittlern Länge der ☉ = 0Z. 26° 43′ 50″ addirt, für ihren wahren Ort oder ☉v = 0Z. 28° 33′ 35″, und für den wahren Ort des Vollmonds in Orbita oder ☽v = 6Z. 28° 33′ 35″ giebt.

14) Mit Arg. I. = Anom. med. ☉ = a′
und Arg. II. = Long. ver. ☉ = ☉v
ſucht man aus der 12ten Tafel die beyden Theile der Zeitgleichung:

— 7′ 19″ mit Arg. I = a′
+ 8 7 mit Arg. II = ☉v

die Summe: + 0′ 48″ giebt die Gleichung der Zeit, welche die mittlere auf die wahre Zeit bringt. Addirt man daher dieſe 0′ 48″ zu der mittlern Zeit der wahren ☍ in Orbita: April 7. 5 Uhr 39′ 18″ (in 10) ſo ergiebt ſich; 1791 April 7. 5 Uhr 40′ 6″ Abends für den wahren Vollmond oder die ☍ in Orbita, Berliner Uhr nach dem alten Kalender und in wahrer Zeit; oder wegen der Kalenderverbeſſerung 11 Tage addirt

1791 April 18. 5 Uhr 40′ 6″ Abends
☍ in orbita Berolin. Temp. ver. Styl. Gregor.

Dieſe Zeit auf jeden andern Ort zu reduziren, gebraucht man die Zeit des Mittagsunterſchiedes zwiſchen Berlin und dem Ort für welchen die Zeit der ☍ verlangt wird.

15) Die 13te Tafel, welche zum Arg. Anom. med. ☉ = a′ hat, giebt die Gleichung für ☊ : — 9′ 45″; und demnach ☊′ — 9′ 45″ = 6Z. 21° 25′ 24″ = ☊v den wahren Ort des ☊. Endlich iſt (13) ☽v — ☊v = 0Z. 7° 8′ 11″ das wahre Arg. lat.

16) Mit dieſem wahren Arg. lat. ergiebt ſich aus der 14ten Tafel : — 1′ 43″ Red. ad Ecl. und aus der 15ten Tafel: + 37 15 latit. ☽. Bey letzterer Gleichung zeigt das + Zeichen an, daſs die Breite des ☽ Nördlich iſt; und aus der erſten Gleichung erhellet, daſs die Länge des Mondes in der Ekliptik kleiner als die Länge der Sonne iſt, daſs demnach die ☍ in der Ekliptik nach der ☍ in Orbita ſich ereignet oder letztere jener vorangeht.

17) Die Tafeln 16, 17, 18, 19, 20, deren Argumente aus den (in 12) gefundenen Stücken ☊′, a′, M′, ☽′ formirt werden, geben folgende Elemente:

Taf. 16 + 3′ 28″ für die ſtündl. Zunahme der Nö. ☽breite
Da nun + 37 15 die Breite zur Zeit der ☍ iſt, ſo iſt

+ 40 43 die Breite eine Stunde nachher.
Taf. 17 + 37 48 die ſtündliche Bewegung des ☽ in orbita
– – 18 61 14 die parallaxis aequatoria
– – 19 16 42 der Halbmeſſer des ☽
– – 20 15 58 der Halbmeſſer der ⊙
– – — 2 26 die ſtündliche Bewegung der ⊙
– – 19 45 26 der Halbmeſſer des Erdſchattens, wobey die Parallaxe der ⊙ = 10″ geſetzt worden.

Hiezu gehören folgende Rechnungen.

☽′ = 7Z 0° 34′
☊′ = 6 21 35
M′ = 5 9 14

7Z 0° 34′ = ☽′
−6 21 35 = ☊′
0 8 59 = ☽′ — ☊′
+ 6

VI + ☽′ — ☊′ = 6 8 59 erſtes Argument für die 16te Tafel Kol. 1 welches die Gleich. = + 3′ 5″ giebt.

☽′ − ☊′ = 0Z 8° 59′
M′ = + 5 9 14
☽′ − ☊′ + M′ = 5 18 13 zweytes Argum. für die 16 Taf. Kol. 2 welches die Gleichung = + 20′ giebt.

☽′ − ☊′ = 0Z 8° 59′	+ 3′ 5″ Taf. 16. Kol. 1
M′ = − 5 9 14	+ 20 — — 2
	+ 3 — — 3
☽′−☊′−M′=6 29 45	+ 3 28 Increm. latit. horar. ☽.
drittes Argument für d. 16 Taf. Kol. 3 welch. d. Gl. = + 3″ giebt.	

M′ = 5Z 9° 14′ giebt die Gleich. + 37′ 49″ + 2″ Taf. 17
a′ = 9 17 21 — — — 1″ — Kol. 1

M′−a′ = 7 21 53
+ 6

VI + M′ − a′ = 1 21 53 — — 2 — 2
M′ + a′ = 2 26 35 — 0 — 3
III + M′ = 8 9 14 — 0 — 4

− 3 + 37 51
− 3

+ 37 48 Hor. ☽ in orb.

61′ 14″ = par. ☽
+ 10 = par. ☉

61 24 = par. ☽ + par. ☉
−15 58 = Semid. ☉

45 26 = Semidiam. umbrae. Taf. 19 I° nach der gemeinen Bestimmung des Erdschattens.

Nachdem man solchergestalt die zur Verzeichnung und Berechnung der Finsterniss nöthigen Stücke aus den Mondstafeln berechnet hat, entwerfe man sich die Finsterniss auf folgende Art

18) Man verfertige sich einen Maasstab, auf die Art wie P in Fig. VIII ist, welcher einzelne Minuten und die Sekunden von 4 zu 4 angiebt.

19) Man ziehe ebendaselbst eine gerade Linie AB d. i. die Ekliptik, in welcher C für den Mittelpunkt des

Erdſchattens angenommen wird, aus dem man mit dem Halbmeſſer des Erdſchattens AC = CB = 45′ 26″ von dem Maaſsſtab P genommen, den Kreis A x y B beſchreibt. Rechter Hand bey B ſchreibe man Oſten, und linker Hand oder bey A Weſten, oben Norden und unten Süden.

20) Aus dem Mittelpunkte des Erdſchattens C errichte man auf die Linie AB das Perpendikel CN.

21) Die Reduktion des ☽ auf die Ekliptik = — 1′ 43″, von dem Maaſsſtab P genommen, wird, weil ſie *negativ* iſt, vorwärts von C nach D d. i. *nach Weſten zu* getragen, und alsdann wird DF mit CN parallel gezogen.

22) Nun nimmt man die Breite des ☽ = + 37′ 15″ von dem Maaſsſtabe P, und trägt ſie, weil ſie *poſitiv* oder Nördlich iſt, heraufwärts, *über AB nach Norden zu*, von D aus bis in L.

23) Die ſtündliche Zunahme der Nördlichen ☽breite = + 3′ 28″ wird ebenfalls von dem Maaſsſtab P genommen, und weil ſie *poſitiv* iſt, von L aus aufwärts *nach Norden zu*, bis in F auf die Linie DL getragen.

24) In dem Punkte F wird FH auf DLF ſenkrecht oder mit CB parallel gezogen.

25) Hierauf trägt man den Unterſchied zwiſchen der ſtündlichen Bewegung des ☽ und der ☉ = 37′ 48″ — 2′ 26″ = 35′ 22″ von dem Maaſsſtab P abgenommen, aus L in H gegen Oſten, weil die ☽breite zunimmt; und ziehet durch dieſe Punkte L und H eine gerade Linie von unbeſtimmter Länge bLHc, welche die relative ☽bahn vorſtellt; in ihr bedeutet alſo die begrenzte Linie LH die ſtündliche Bewegung des Mondes von der Sonne.

26) Dieſe Linie LH wird nun in 60 Minuten eingetheilt, wie bey Q zu ſehen iſt.

27) Der Punkt L in der ☽bahn trift auf die Zeit, da die ☊ in Orbita ſich ereignet, d. i. (nach 14) auf 1791 April 18. 5 Uhr 40′ 6″ Ab. Berliner Uhr, wahrer Zeit, neuen Kalenders.

28) Zieht man Ca auf die relative ☽bahn bLHc ſenkrecht, ſo fällt in a der Punkt der gröſsten Verfinſterung oder das Mittel der ☽finſterniſs; wenn man daher La auf dem Maaſsſtabe Q miſst, ſo ergiebt ſich ihr Werth = 3′ 30″; der ☽ wird alſo, da er ſich in der Richtung von a nach L, d. h. von Weſten gegen Oſten bewegt, um 3′ 30″ früher in a als in L ſeyn, hierdurch ergiebt ſich die Zeit des Mittels um

5 Uhr 40′ 6″ } = 5 Uhr 36′ 36″ Abends für Berlin.
— 3 30 }

29) Nun trägt man die Summe der Halbmeſſer des Erdſchattens und des ☽ = 45′ 26″ + 16′ 42″ = 62′ 8″, oder die Länge von RT, aus C nach b und c der ☽bahn, ſo giebt die Zeit in b den Anfang, und die Zeit in c das Ende der ☽finſterniſs, wenn man ab = ac auf dem Maaſsſtabe Q miſst, und für den Anfang von der Zeit des Mittels in a ſubtrahirt, für das Ende aber zu der Zeit des Mittels addirt. Gegenwärtige Zeichnung giebt auf dieſe Art ab = ac = 1 St. 24′ 20″; demnach iſt die Zeit des Anf. um 5 U. 36′ 36″ } = 4 U. 12′ 16″ Ab.
— 1 24 20 } für Berlin;

und die Zeit des End. um 5 U. 36′ 36″ } = 7 U. 0′ 56″ Ab.
+ 1 24 20 } für Berlin.

Die Dauer beträgt alſo 2 St. 48′ 40″; nach der gemeinen Beſtimmung des Erdſchattens.

30) Aus den Punkten a, b und c beſchreibe man die ☽ſcheibe mit ihrem Halbmeſſer = 16′ 42″ von dem Maaſsſtab P genommen, ſo ſieht man wie der ☽ beym Anfang und Ende der Finſterniſs den Erdſchatten berührt, und wie tief er ſich im Mittel der Finſterniſs bey a in den Erdſchatten einſenkt. Die Linie m a n durch den Mittelpunkt des ☽ miſst alsdann die Gröſse der Verdunkelung am Monde. Sie beträgt auf dem Maaſsſtab RS gemeſſen, 8 Zoll 56 ⅔ Minuten. Aus der Zeichnung erhellet endlich noch, daſs die Verfinſterung am Südlichen Theile des Mondes vorgeht.

31) Wenn man noch überdies Anfang, Mittel, Ende und Gröſse der ☽finſterniſs aus dem vorhergehenden Entwurfe Fig. VIII durch Rechnung finden will, nehme man alle gegebene Gröſsen oder Elemente als *poſitiv* + an, denn die Zeichen + — bey einigen derſelben CD, DL und LF beziehen ſich blos auf die verſchiedenen Lagen dieſer Linien in der Projektion. Das Verfahren bey der folgenden Rechnung und der erklärten Verzeichnung iſt übrigens allgemein, und gilt auch bey totalen Mondfinſterniſſen. Die *Berechnung* anzuſtellen dienet folgendes:

Wie die Werthe von LHF, CN, LN, Na und Ca trigonometriſch aus Fig. VIII herzuleiten ſind. Aehnlicher Schlüſſe kann man ſich bey jeder vorfallenden Mondfinſterniſs bedienen, wenn man nur die Figur, wie man ſie für jeden Fall entworfen, dabey zu Rathe ziehet.

I. LHF zu finden.

32) LHF iſt mit dem Winkel einerley, den die Ekliptik mit der relativen Mondbahn macht, folglich wird FLH oder 90° — LHF der Winkel dieſer Mondbahn mit dem Breitenkreiſe ſeyn. Um LHF zu finden ſind in dem bey F rechtwinklichten Dreieck FLH

die Hypothenuſe LH, d. i. die ſtündliche Bewegung des ☽ von der ☉, und

die Seite LF, d. i. die ſtündl. Zunahme der Nö. ☽breite

bekannt, es läſst ſich alſo hieraus durch die Trigonometrie der geſuchte Winkel LHF beſtimmen, wenn man ſetzt:

$$LH : LF = 1 : \text{Sin } LHF$$

demnach iſt $\text{Sin } LHF = \frac{LF}{LH}$.

II. CN zu finden.

33) Der Winkel LNC = GNH = FLH = 90° — LHF (32); Zieht man Lr parallel mit FG oder CD, so wird

Lr = CD oder der Reduktion des ☽ auf die Eklipt.; Es ist demnach in dem bey r rechtwinklichten Dreieck LrN, der Winkel NLr = LHF und die Seite Lr = CD bekannt, woraus sich die Seite Nr durch folgende Proportion ergiebt:

Lr oder CD : Nr = 1 : Tang LHF

Demnach Nr = CD Tang LHF

Nun ist CN = Cr + rN

= DL + rN

Folglich CN = DL + CD. Tang LHF

wo DL die ☽breite ist.

III. LN zu finden.

34) $LN^2 = Lr^2 + Nr^2 = CD^2 + CD^2 \text{ Tang}^2 LHF = CD^2 (1 + \text{Tang}^2 LHF) = CD^2 . \text{Sec}^2 LHF$. Folglich

$LN = CD . \text{Sec } LHF.$

IV. Na zu finden.

35) In dem bey a rechtwinklichten Dreieck CNa ist bekannt:

CN die Hypothenuse, und
NCa = LHF

folglich kann man setzen:

1 : Sin LHF = CN : Na

dies giebt Na = CN . Sin LHF.

V. Ca zu finden.

36) $Ca^2 = CN^2 - Na^2 = CN^2 - CN^2 \, Sin^2 \, LHF = CN^2 \, (1 - Sin^2 \, LHF) = CN^2 \, . \, Cosin^2 \, LHF$ demnach
$Ca = CN \, . \, Cosin \, LHF.$

Rechnung für die ☽fi. 1791 den 18. April Berl. Uhr.

37) Hier ist Fig. VIII.

CD =	1′ 43″	=	103″	Redukt. auf die Ekl.
DL =	37 15	=	2235	Mondsbreite.
LF =	3 28	=	208	Stündliche Veränderung der ☽breite.
LH =	35 22	=	2122	Stündl. Bewegung des ☽ von der ⊙.
AC =	45 26	=	2726	Halbm. des ♁schatt. nach der gem. Best.
cd =	16 42	=	1002	☽halbmesser
AC + cd = Cc =	62 8	=	3728	Summe der Halbm. des ♁schatt. und ☽.

Demnach I. $Sin \, LHF = \frac{LF}{LH} = \frac{208}{2122} = 0,0980207$

$LHF = 5^\circ \, 37' \, 31''$

II.	CN = DL + CD . Tang LHF	=	2245″
III.	LN = CD . Sec LHF	=	103
IV.	Na = CN . Sin LHF	=	220
V.	Ca = CN . Cofin LHF	=	2234

38) Aus der Figur erhellet, daſs der verfinſterte Theil oder die Gröſse der ☽finſterniſs

$$mn = an + am = an + Cm - Ca$$
$$= cd + AC - Ca$$
$$= Cc - Ca$$
$$= 1494''$$

Demnach, weil man die Gröſse in Zollen und Minuten des ☽durchmeſſers auszudrücken pflegt:

cd oder 1002″ : 6 Zoll = mn oder 1494″ : *Gröſse der ☽finſterniſs* 8 Zoll 56,8′

39) Um LN und Na in Zeit zu verwandeln, ſetzt man:

LH : 1 St. = LN : LN in Zeit
d. i. 2122″ : 3600″ = 103″ : 175″ = 2′ 55″

LH : 1 St. = Na : Na in Zeit
d. i. 2122″ : 3600″ = 220″ : 373″ = 6′ 13″

40) Es durchläuft alſo der Mond

LN in 2′ 55″ add. zu ☽ in L um 5 U. 40′ 6″ ☊ in Orb	Na in 6′ 13″ ſubtr. von ☽ in N um 5 U. 43′ 1″
☽ in N um 5 U. 43′ 1″ Ab. d. i. die Zeit der ☊ in der Ekliptik.	☽ in a um 5 U. 36′ 48″ Ab. d. i. die Zeit der gröſsten Verfinſterung oder des Mittels der ☽finſterniſs.

41) Endlich findet ſich

$$ab = ac = \sqrt{(Cc^2 - Ca^2)} = \sqrt{(Cc+Ca)\,(Cc-Ca)}$$
$$= 2984''$$

welches durch folgende Proportion in Zeit verwandelt wird:

LH : 1 St. = ab oder ac : ab oder ac in Zeit
d. i. 2122″ : 3600″ = 2984″ : 5062″ = 1 St. 24′ 22″

42) Es durchläuft alſo der Mond ab = ac in 1 St. 24′ 22″ dies giebt die halbe Dauer der ☽finſterniſs; und daher iſt die völlige Dauer 2 St. 48′ 44″. Ferner giebt

☽ in a − 1 St. 24′ 22″ den Anfang der ☽finſterniſs
in b um 4 Uhr 12′ 26″ Ab.
☽ in a + 1 St. 24′ 22″ das Ende der ☽finſterniſs
in c um 7 Uhr 1 10 Ab.

Alles für Berlin und nach der gemeinen Bestimmung des Erdschattens.

43) Vergleicht man diese durch Rechnung erhaltenen Resultate mit denjenigen welche die Zeichnung Fig. VIII gegeben hat, so ergeben sich folgende geringe Unterschiede:

	Anfang	Mittel	Ende	Dauer	Grösse
Rechnung	4 U. 12′ 26″	5 U. 36′ 48″	7 U. 1′ 10″	2 St. 48′ 44″	8 Z. 56,8′
Zeichnung	4 12 16	5 36 36	7 0 56	2 48 40	8 56,7
Unterschied	10″	12″	14″	4″	0,1′

44) Nach der Mayerischen Berechnung des Erdschattens, Lamberts Beyträge Tafel 19, ist Halbmesser des Erdschattens oder

$$AC = \frac{61}{60}\,(\text{parall.}\,☽ + \text{parall.}\,⊙) - \text{Semid.}\,⊙$$

$$= \text{parall.}\,☽ + \text{parall.}\,⊙ - \text{Sem.}\,⊙ + \frac{1}{60}(\text{parall.}\,☽ + \text{parall.}\,⊙)$$

$$= 45'\,26'' + \frac{1}{60}\,(61'\,14'' + 10'')$$

$$= 46'\,27'' = 2787''$$

und AC + cd = Cc = 2787″ + 1002″ = 3789″. Folgl. mn = Cc — Ca = 1555″ = 9 Zoll 19′ Grösse der ☽fi. Fern. ab = ac = $\sqrt{}$(Cc² — Ca²) = 3060″ = 5191″ Zeit = 1 St. 26′ 31″ und 2. ab oder die Dauer der ☽fi. = 2 St. 53′ 2″. Endlich giebt

☽ in a — 1 St. 26′ 31″ den Anfang der ☽finsterniss
in b um 4 Uhr 10′ 17″ Ab.
☽ in a + 1 St. 26′ 31″ das Ende der ☽finsterniss
in c um 7 Uhr 3′ 19″ Ab

ebenfalls für Berlin. Die Rechnung giebt also, wenn

man die Mayerische Bestimmung des Erdschattens dabey zum Grunde legt:

Anfang	Mittel	Ende	Dauer	Grösse
4U. 10′ 17″	5 U. 36′ 48″	7 U. 3′ 19″	2St. 53′ 2″	9Zoll 19′

§. 39.

Auf eine ähnliche Art ist die partiale Mondfinsterniss 1793 in der Nacht vom 25. auf den 26. Februar Fig. IX construirt worden. Zu dieser Construction dienen folgende Elemente, die ebenfalls aus Lamberts Tafeln in den Beyträgen berechnet worden sind.

1) Halbm. des Erdsch. nach Mayer = 39′ 22″ = AC
2) Reduktion des ☽ auf die Eklipt. = + 1 49 = CD
3) Breite des Mondes = 39 40Sü. = DL
4) Ständl. Abn. der Südl. ☽breite = 2 46 = LF
5) Untersch. der ständl. Bew. v. ☉ u. ☽ = 27 39 = LH
6) ☊ in Orbita 1793 Febr. 25. 11 U. 28′ 40″ Ab. ☽ in L Leipziger Uhr, wahrer Zeit, neu. Kalend.
7) Summe der Halbm. d. Erdsch. u ☽ = 54 14 = Cc
8) Halbmesser des Mondes = 14 52 = cd

Aus diesen Elementen ergeben sich folgende Stücke der Berechnung:

I. LHF = 5° 45′; II. CN = 2391″; III. LN = 109″; IV. Na = 239″; V. Ca = 2379″. Ferner mn = 875″ = 5 Zoll 53′ Grösse der ☽finsterniss.
LN oder 109″ } beträgt in Zeit { 3′ 57″
Na oder 239 } { 8 39

Folglich giebt ☽ in L — 3′ 57″ = ☽ in N um 11 Uhr 24′ 43″ Ab. d. i. die Zeit der ☊ in der Ekliptik; und ☽ in N + 8′ 39″ = ☽ in a um 11 Uhr 33′ 22″ Ab.

d. i. die Zeit der gröſsten Verfinſterung oder des Mittels der ☽finſterniſs. Die Verfinſterung geſchiehet am nordl. Theile des Mondes.

Ferner iſt ab oder ac $= \sqrt{(Cc^2 - Ca^2)} =$ 4820″ = 1 St. 20′ 17″ die halbe Dauer der ☽finſterniſs, und daher die völlige Dauer = 2 St. 40′ 34″. Endlich

☽ in a — 1 St. 20′ 17″ = ☽ in b um 10 Uhr 13′ 5″ Ab. d. i. der Anfang der ☽finſterniſs

☽ in a + 1 St. 20′ 17″ = ☽ in c um 0 Uhr 53′ 39″ Früh den 26. Febr. d. i. das Ende der ☽finſterniſs.

Die Rechnung giebt alſo für Leipzig wenn man die Mayeriſche Beſtimmung des Erdſchattens dabey gebraucht:

Anfang	Mittel	Ende	Dauer	Gröſse
10 U. 13′ 5″ Ab.	11 U. 33′ 22″ Ab.	0 U. 53′ 39″ Fr.	2 St 40′ 34″	5 Z. 53′ am Nö☽rande
den 25. Febr.		den 26. Febr.		

§. 40.

Herr *Oberreit* hat im Leipziger Magazin der Mathematik, Jahrg. 1788 St. 2. Lamberts Tafeln für die ekliptiſchen Neu - und Vollmonde, nach der neuern Londner Ausgabe der Mayeriſchen Mondstafeln von 1770 verbeſſert, und auf den Berliner Meridian gerichtet, herausgegeben. Aus dieſen Tafeln ergeben ſich für die totale Mondfinſterniſs 1794 den 14. Febr. Nachts folgende Elemente, wie aus dem Oberreits Tafeln angehängten zweyten Beyſpiele zu erſehen iſt, und nach dieſen Elementen iſt auch dieſe ☽fi. Fig. X verzeichnet worden.

1) Halbm. des ♁schatt. nach May. verb. = 39′ 9″ = AC
2) Redukt. des ☽ auf die Ekliptik = + 0 3 = CD
3) Breite des Mondes = 1′ 27″ Sü. = DL
4) Stündl. Abnahme der Südl ☽breite = 2′ 46″ = LF
5) Unterſch. der ſtündl. Bew. v. ☉ u. ☽ = 27 20 = LH
6) ☊ in Orbita 1794 Febr. 14. 10 U. 54′ 7″ Ab. ☽ in L
Leipziger Uhr, wahr. Zeit, neu. Kalender.
7) Summ. der Halbm. des ♁schatt. u. ☽ = 53′ 57″ = Cc
8) Halbmeſſer des Mondes = 14 48 = cd
9) Unterſchied der Halbmeſſer des
♁schatt. und ☽ = 24′ 21″ = AC — cd

Um die Zeiten der Immerſion und Emerſion zu finden, nimmt man die Berechnung in §. 38 Num. 41 und 42 noch einmal vor, und ſetzt anſtatt Cc den Unterſchied zwiſchen dem Halbmeſſer des Erdſchattens und des Mondes, oder AC — cd aus Num. 9 des gegenwärtigen §; dies giebt alsdann die halbe Dauer der totalen ☽finſterniſs oder $a\beta = a\gamma = \sqrt{(AC - cd)^2 - Ca^2}$ woraus ferner der Anfang der Immerſion oder der totalen ☽finſterniſs in β, und das Ende der gänzlichen Verfinſterung oder die Emerſion in γ, ſo wie auch die Dauer der totalen Finſterniſs geſchloſſen wird.

Vorbereitungsrechnungen.

CD = 3″	I. $\text{Sin LHF} = \frac{LF}{LH} = \frac{166}{1640}$.
DL = 87	
LF = 166	LHF = 5° 48′ 34″
LH = 1640	II. CN = DL + CD . Tang LHF = 87,3″
AC = 2349	III. LN = CD . Sec LHF = 3,0
cd = 888	IV. Na = CN . Sin LHF = 8,8
Cc = 3237	V. Ca = CN . Cos LHF = 86,8
AC-cd = 1461	

Rechnung für die Gröſse der ☽finſterniſs.

Verfinſt. Theil $\alpha\zeta$, Cc — Ca = 3150,2″
cd od. 888″ : 6 Zoll = Cc — Ca oder 3150,2″ :
21 Zoll 17′ d. i. die Gröſse der Mondfinſterniſs.

Rechnung für das Mittel der Finſterniſs.

LHod. 1640″ : 1 St. od. 3600″ = { LN od. 3″ : LN in Z. = 6,6″ ; Na od. 8,8″ : Na in Z. = 19,3 }

☽ in L — LN = 10 U. 54′ 7″ Ab. ☊ in Orbita — 6,6″
= 10 U. 54′ 0″ Ab. ☊ in der Eklipt. = ☽ in N.
☽ in N + Na = 10 U. 54′ 19″ Ab. d. i. die Zeit der gröſsten Verfinſterung oder des Mittels der ☽finſterniſs = ☽ in a.

Rechnung für den Anfang, das Ende und die Dauer der Finſterniſs.

$\sqrt{(Cc^2 - Ca^2)}$ = ab oder ac = 3235,8″
LH oder 1640″ : 3600″ = 3235,8″ : ab oder ac in Zeit = 7103″ =
1 St. 58′ 23″ d. i. die halbe Dauer der ☽finſterniſs.
Folgl. 3 St. 56′ 46″ die völlige Dauer der ☽finſterniſs.

☽ in a — ab in Zeit = ☽ in b um
8 Uhr 55′ 56″ Ab. d. i. der Anfang
☽ in a + ac in Zeit = ☽ in c um 12 Uhr 52′ 42″ Ab. oder 0 Uhr 52′ 42″ Früh den 15 Febr. d. i. das völlige Ende der ☽finſterniſs.

Rechnung für die Immerfion, Emerfion und Dauer der totalen ☽finfternifs.

$\sqrt{(AC - Cd)^2 - Ca^2} = a\beta$ oder $a\gamma = \sqrt{1458{,}4''}$
LH oder 1640″ : 3600″ = $\sqrt{1458{,}4''}$: aβ oder aγ in Zeit = 3201″ = 0 St. 53′ 21″ d. i. die halbe Dauer der totalen ☽finfternifs. Folglich 1 St. 46′ 42″ die Dauer der totalen ☽finfternifs.

☽ in a — aβ in Zeit = ☽ in β um 10 U. 0′ 58″ Ab. d. i. der Anfang der totalen Finfternifs;

☽ in a + aγ in Zeit = ☽ in γ um 11 U. 47′ 40″ Ab. d. i. das Ende der totalen Mondfinfternifs.

Die Rechnung giebt alfo für Leipzig:

Anfang	8 U. 55′ 56″
Immerfion	10 U. 0′ 58″
Mittel	10 U. 54′ 19″
Emerfion	11 U. 47′ 40″
Dauer der total. ☽finfternifs	1 St. 46′ 42″
Ende	0 U. 52′ 42″ fr. den 15. Febr.
Dauer	3 St. 56′ 46″
Gröfse	21 Z. 17′ Nördl.

Ab. den 14. Febr.

Ein anderes Verfahren Mondfinfterniffe zu verzeichnen und zu berechnen.

§. 41.

Ich wende daffelbe fogleich auf die partiale ☽finfternifs in der Nacht vom 25 auf den 26ten Febr. 1793 an, deren Elemente bereits in §. 39 angegeben worden find, wo ebendiefelbe Finfternifs conftruirt und be-

rechnet worden ist, doch auf eine andere Art, als ich jetzt erklären werde.

Beschreibung der Fig. XI.

1) Man stellt sich vor, als wenn der ☽ an einer Stelle unbeweglich stünde, und läßt den Erdschatten sich in einer mit der ☽bahn gezogenen Parallellinie, in entgegengesetzter Richtung, nemlich von Morgen gegen Abend, vor den Mond vorüber bewegen.

2) Von dem angenommenen Maaßstabe wird aus o mit dem Halbmesser des ☽ = 14′ 52″ die Figur des Mondes beschrieben. Oben schreibt man Norden, unten Süden, zur Rechten Westen und zur Linken Osten.

3) Durch den Mittelpunkt des Mondes o zieht man einen Durchmesser desselben, der eine Parallellinie mit der Ekliptik ist, und auf diesen Durchmesser setzt man von dem Mittelpunkt des ☽ aus, eine aufwärtsgehende Perpendikularlinie.

4) Die Reduktion des ☽ auf die Ekliptik ist 1′49″ und zwar positiv. Diese 1′ 49″ nimmt man von dem Maaßstab ab, und trägt sie aus dem Punkt o nach n gegen Westen.

5) Von n aus wird aufwärts nach Norden zu eine senkrechte Linie auf den mit der Ekliptik parallelen ☽durchmesser gezogen.

6) Und auf diese Linie trägt man von n aus bis in g die Breite des ☽ = 39′ 40″ Südlich (nemlich der Mittelpunkt des Erdschattens ist um so viel nördlicher und daher muß hier die ☽breite aufwärts nach Norden zu getragen werden).

7) Die stündliche Abnahme der Südlichen ☽breite ist = 2′ 46″, also nimmt die Entfernung der Mittelpunkte ab, und es werden diese 2′ 46″ von dem Maaßstab genommen, aus g weiter unterwärts bis nach e getragen.

8) Nun ſetzt man von e aus auf die Linie n e gegen Weſten eine andere Linie e m ſenkrecht.

9) Nimmt alsdann die ſtündliche Bewegung des ☽ von der ⊙ = 27′ 39″ von dem Maaſsſtab

10) Und beſchreibt mit dieſer Weite aus dem Punkt g, gegen Weſten einen kleinen Bogen, welcher die kurz vorher gezogene ſenkrechte Linie em in dem Punkte m durchſchneidet.

11) So giebt die durch dieſen Durchſchnittspunkt m und den Punkt g gezogene gerade Linie, eine mit der ☽bahn parallel gehende Linie, welche in der gegenwärtigen Projektion, die *Bahn des Erdſchattens* vorſtellt.

12) Bey g ſchreibt man die Zeit der Oppoſition des ☽ und der ⊙ in Orbita, Ab. 11 Uhr 28′ 40″ oder 11 Uhr 29′.

13) Und trägt von dieſem Punkte g aus die ſtündliche Bewegung des ☽ von der ⊙ = 27′ 39″ einigemal auf die Bahn des Erdſchattens, vor und rückwärts.

14) Wodurch dieſe Bahn in Stunden eingetheilt iſt, und leicht weiter in Minuten eingetheilt werden kann. Hier iſt die Bahn des Erdſchattens von 6 zu 6 Minuten eingetheilt.

15) Der Punkt f in der Bahn des Erdſchattens giebt die Zeit der Oppoſition von ☽ und ⊙ in der Ekliptik, um 11 Uhr 25′.

16) Fällt man aus dem Mittelpunkte o des ☽ auf die Bahn des Erdſchattens eine Perpendikularlinie, oh; ſo zeigt dieſe im Punkte h auf der Bahn des Erdſchattens die Zeit der gröſsten Verfinſterung oder das Mittel der ☽finſterniſs an, um 11 Uhr 33′ 30″

17) Von dem Maaſsſtabe nehme man die Summe der Halbmeſſer des Erdſchattens und des ☽ = 54′ 14″, und ſetze den einen Fuſs des Zirkels in den Mittelpunkt des ☽ in o: ſo wird der andere da, wo er die Bahn des Erdſchattens in den Punkten {b / c} und durch-

ſchneidet, { den Anfang und / das Ende } der ☽finſterniſs { um 10 U. 13′ Ab. und / um 0 Uhr 53′ früh } anzeigen.

18) Wenn alſo der Mittelpunkt des Erdſchattens in ſeiner Bahn in dem Punkte b ſich befindet, um 10 Uhr 13′ Abends, ſo fängt der Rand des Erdſchattens an, den ☽ an der Oſtſeite in i zu verfinſtern; und wenn eben dieſer Mittelpunkt des Erdſchattens in den Punkt c, um 0 Uhr 53′ früh gekommen iſt, ſo tritt der ☽ in k völlig aus dem Erdſchatten wieder heraus.

19) Um die Verfinſterung einzelner Zolle zu finden, nehme man von dem Maaſsſtab für den *Durchmeſſer* des ☽ = 29′ 44″ *in* 12 *Zolle eingetheilt*, die Gröſse eines Zolles;

20) Und trage ſolchen von den Punkten b und c aus, die in der Bahn des Erdſchattens liegen, auf die Linien b i o und c k o { einigemal / oder 12mal } gegen den Mittelpunkt des Mondes o.

21) Nehme alsdann die Weite o I, und beſchreibe aus o auf beyden Seiten einen Bogen I q, welcher da, wo er in der Bahn des Erdſchattens eintrift, d. i. in q die Zeit anzeiget, { 10 Uhr 21′ 30″ Ab. / 0 Uhr 45′ fr. } wenn 1 Zoll beym { Anfang / Ende } verfinſtert iſt.

22) Auf gleiche Art verfahre man mit II, III, IV Zoll und den übrigen.

23) Nimmt man die Weite oh oder von o bis V Zoll 45′; ſo wird der damit beſchriebene Bogen l 45, h, 45 die Bahn des Erdſchattens in dem Punkte h nur berühren, und daher die Grenzen angeben, über welche diesmal die Verfinſterung am ☽ nicht geht. Folglich iſt der verfinſterte Theil am nördl. ☽rande, oder die Gröſse der Finſterniſs 5 Zoll 45′.

24) Die Verfinsterungen einzelner Zolle habe ich der Projektion beygeschrieben, und zwar nach der Zeit des Leipziger Meridians.

25) Dies alles läßt sich nun auch durch leichte trigonometrische Rechnungen mit mehrerer Genauigkeit bestimmen als die vollkommenste Projektion angiebt. Man sehe Num. 26 — 32. Inzwischen giebt die gegenwärtige Projektion:

		Uhr	Min.	
Anfang der ☽finsterniss um		10 Uhr	13′	Abends
Zunehmend	I Zoll verfinstert	10	$21\frac{1}{2}$	—
	II — —	10	$30\frac{1}{2}$	—
	III — —	10	40	—
	IV — —	10	$51\frac{1}{2}$	—
	V — —	11	$5\frac{1}{2}$	—
Die gröſste Verfinster.	V — 45′ —	11	$33\frac{1}{2}$	—
Abnehmend	V — —	0	1	Morg. 26 Feb.
	IV — —	0	$15\frac{1}{2}$	—
	III — —	0	27	—
	II — —	0	36	—
	I — —	0	45	—
	Ende der Finsterniss	0	53	—
	Gänzliche Dauer	2 Stunden	40	

26) Bey der trigonometrischen Rechnung kommt alles darauf an, die Linie oh d. i. die kürzeste Entfernung der Mittelpunkte des ♁schattens und Mondes zu finden. Hiezu ist in dem Dreieck gem, das in e rechtwinklicht ist, bekannt: ge = 2′ 46″ Num. 7

gm = 27 39 — 9 und 10

woraus sich der Winkel gme durchfolgende Proportion ergiebt: gm : ge = 1 : Sin gme

od. 27′ 39″ : 2′46″ = 1 : Sin gme = 5° 45′

Wenn der Winkel gme durch diese Rechnung gefunden worden ist, so ziehe man gy parallel mit me; alsdann ist in dem Dreieck fyg das in y rechtwinklicht ist, bekannt:

der Winkel $fgy = gme$
und $gy = on$ = Red. ☽ ad eclipt. $= 1' 49''$
Num. 4

folgl. läſst sich hieraus die Linie fy durch folgende Proportion finden:

$$1 : \text{Tang } fgy = gy : fy = 11''$$

Ist fy bekannt, so ergiebt sich

$of = oy + fy = ng + fy$
$= \text{lat. ☽} + fy$
$= 39' 40'' + fy = 2391''$ Num. 5 u. 6.

Der Winkel foh ist $= fgy = gme$

Daher läſst sich in dem Dreieck fho, das in h rechtwinklicht ist, die Seite oh folgendergestalt berechnen:

$1 : \text{Cosin } foh = of : oh = 2379''$ das ist die kürzeste Entfernung der Mittelpunkte.

27) Will man die Zeit der Opposition von ☉ und ☽ in der Ekliptik, das ist die Zeit in f haben; so hat man $fg = \sqrt{(fy^2 + gy^2)} = \sqrt{(fy^2 + on^2)}$ in Bogen, oder $fg : gy = 1 : \text{Cos } fgy$ dies giebt $fg = gy . \text{Sec } fgy = 109''$ alsdann setzt man

gm oder $27' 39'' : 1$ St. od. $3600'' = fg : fg$ in Zeit $= 3' 57''$, welche man von der Zeit der ☍☽☉ in Orbita, das ist von 11 Uhr 28′ 40″ subtrahirt um die Zeit der ☍☽☉ in der Ekliptik 11 Uhr 24′ 43″ zu finden. (Num. 15.)

28) Die Zeit der gröſsten Verfinsterung oder des Mittels in h zu finden, dient eben dieses Dreieck fho. Alsdann ist

$^\frown fh = \sqrt{(fo^2 - oh^2)} = \sqrt{(of+oh)(of-oh)}$
oder 1 : Sin foh = of : fh = of . Sin foh = $^\frown$ 239″
und gm : 1 St. = $^\frown$ fh : fh in Zeit = 8′ 39″ welche zur Zeit in f, der ☍☽☉ in der Eklipt. addirt, die Zeit in h od. die Zeit des Mittels der ☽fi. 11 U. 33′ 22″ angiebt. (Num 16.)

29) Iſt die Zeit des Mittels in h bekannt, ſo läſst ſich auch Anfang in b und Ende in c der ☽fi. finden. Nemlich $^\frown$ hb = hc = $\sqrt{(ob^2 - oh^2)}$
= $\sqrt{(ob+oh)(ob-oh)}$ = 2220″
wo ob = Halbm. des ♁ſchatt. + ☽halbm. = 54′ 14″
Alsdann ſetzt man

gm od. 27′ 39″ : 1 St. od. 3600″ = $^\frown$ hb : hb od. hc in Zeit = 1 St. 20′ 17″; Folglich giebt die

Zeit des Mittels — hb in Zeit = {Zeit des Anfangs 10 Uhr 13′ 5″ Ab.
Zeit des Mittels + hc in Zeit = {Zeit des Endes der ☽fi. 0U.53′39″ fr.d.26 F.

(Num. 17.)

30) Die Gröſse der ☽fi. zu finden, hat man ob = ol + lb = oh + lb; folglich

lb d. i. der verfinſterte Theil oder die Gröſse der ☽finſterniſs = ob — oh
= ☽halbm. + Halbm. des ♁ſchatt. — kürz. Abſt.
= 875″

Wenn ſolchergeſtalt lb gefunden iſt, ſo ſetzt man

☽halbmeſſer oder 14′ 52″ : 6 Zoll = lb : Gröſse der ☽fi. in Zollen und Minuten = 5 Zoll 53′ (Num. 23.)

31) Um die Zeit zu finden, wenn I Zoll verfinstert ist, setzt man $oq = ob - bI$ od. $oc - cI = ob -$ 1 Zoll = ☽halbm. + Halbm. des ♁schatt. — $\frac{1}{6}$ ☽halbm.

$= 54' \; 14'' - \frac{14' \; 52''}{6}$; und so findet sich

$$\frown hq = \sqrt{(oq^2 - oh^2)} = \sqrt{(oq + oh)(oq - oh)}$$

Hat man $\frown hq$, so setzt man

gm od. 27′ 39″ : 1 St. od. 3600″ = $\frown hq : hq$ in Zeit verwandelt, und daher giebt:

Zeit des Mittels — hq in Zeit = 1 Zoll verfinstert um ... zunehmend.
Zeit des Mittels + hq in Zeit = 1 Zoll verfi. um ... abnehmend.

Man sehe Num. 19 — 21.

32) Für die Verfinsterung von 2 Zollen ist

$$ou = ob - bII$$
$$= ob - 2 \text{ Zoll}$$
$$= ob - 2 \cdot \frac{1}{6} \text{ ☽halbm.}$$

Für die 3zollige Verfinsterung ist

$$ow = ob - 3 \cdot \frac{1}{6} \text{ ☽halbm.}$$

Für 4 Zoll, $ox = ob - 4 \cdot \frac{1}{6}$ ☽halbm.

u. s. w. (Num. 22.)

33) Beschreibt man endlich in der Projektion mit dem Halbmesser des Erdschattens bi oder ck aus den Punkten q, u, w, x, u. s. w. der Bahn des Erdschattens, wo die aus I, II, III, IV u. s. f. gezogenen

Bogen dieſelbe berühren, auf der ☽ſcheibe Kreisbogen:

I, I; II, II; III, III; IV, IV; u. ſ. w.

1, 1; 2, 2; 3, 3; 4, 4; u. ſ. w.

ſo erhält man auf derſelben Abſchnitte, welche die Gröſse des verfinſterten Theils am ☽, wenn 1, 2, 3, 4 Zoll u. ſ. w. beym Anfang und Ende verfinſtert ſind, vorſtellen. Die zunehmenden Phaſes ſind mit römiſchen Zifern, und die abnehmenden mit arabiſchen bemerkt. Der mit dem Halbmeſſer des ♁ſchattens aus h ſtärker beſchriebene Bogen V. 45′ zeigt die gröſste Phaſis od. den ☽ im Mittel, in ſeiner gröſsten Verdunkelung.

Nach eben dieſem Verfahren kann, wie Fig. XII zeigt, die totale Mondfinſterniſs den 14. Febr. Nachts 1794, von der §. 40. ſchon eine Conſtruction und Berechnung mitgetheilt worden iſt, verzeichnet und berechnet werden. Nemlich:

§. 42.

1) Aus o wird mit der Gröſse des ☽halbmeſſers = 14′ 48″ die ☽ſcheibe beſchrieben.

2) Oben ſetzt man *Norden*, unten *Süden*, rechter Hand *Weſten*, und linker Hand *Oſten*.

3) Durch den Mittelpunkt des ☽ in o zieht man zwey Durchmeſſer deſſelben ſo, daſs ſie auf einander ſenkrecht ſtehen, $\delta\mu$ und $\gamma o \alpha$.

4) Die Reduktion auf die Ekliptik iſt = 0′ 3″ *poſitiv*, daher trägt man dieſe von dem Punkt o aus gegen Weſten bis in n.

5) Von n aus wird aufwärts nach Norden zu eine Perpendikularlinie auf $\delta\mu$ gezogen.

6) Und auf dieſe Linie (die in der gegenwärtigen Projektion wegen der geringen Reduktion o n, mit γ o

in eine einzige zusammenfällt) wird alsdann von n (oder hier von o) aus bis nach g (oder f) die Sü. ☽breite n g (oder hier o f) = 1′ 27″ getragen.

7) Die ſtündliche Abnahme der Südlichen ☽breite = 2′ 46″ wird aus g (od. hier f) weiter unterwärts bis in e getragen, g e (oder hier f e) = 2′ 46″.

8) Nun ſetzt man von e aus auf die Linie n e (oder hier o e) gegen Weſten eine andere Linie e m ſenkrecht.

9) Nimmt alsdann die ſtündl. Bewegung des ☽ von der ☉ = 27′ 20″

10) Und beſchreibt mit dieſer Weite aus dem Punkte g (oder hier f) nach Weſten zu einen kleinen Bogen, welcher die kurz vorher gezogene ſenkrechte Linie e m in dem Punkt m durchſchneidet.

11) So giebt die durch dieſen Punkt m und durch g (oder hier f) gezogene gerade Linie, die Bahn des Erdſchattens.

12) Bey g (oder hier f) ſchreibt man die Zeit der ☍☽☉ in Orbita, Abends um 10 Uhr 54′ (und auch noch hier die ☍☽☉ in der Ekliptik, da beyde jetzt in Minuten zuſammentreffen).

13) Und trägt von g (oder hier von f) aus, die ſtündliche Bewegung des ☽ von der ☉ = 27′ 20″ einigemal auf die Bahn des Erdſchattens, vor und rückwärts.

14) Wodurch dieſe Bahn in Stunden eingetheilt wird, und alsdann in Minuten eingetheilt werden kann. Hier iſt es von 6 zu 6 Minuten geſchehen.

15) Der Punkt f in der Bahn des Erdſchattens (wenn er von g weiter abſteht als hier) giebt die Zeit der ☍☽☉ in der Ekliptik, um 10 Uhr 54′.

16) Fällt man aus dem Mittelpunkt o des Mondes auf die Bahn des Erdſchattens eine Perpendikularlinie

oh, ſo zeigt dieſe im Punkte h auf der Bahn des Erdſchattens die Zeit der gröſsten Verfinſterung oder das Mittel der Mondfinſterniſs an, um 10 Uhr 54′.

17) Von dem Maaſsſtabe nehme man die Summe der Halbmeſſer des Erdſchattens und des Mondes = 53′ 57″ und ſetze den einen Fuſs des Zirkels in den Mittelpunkt des Mondes in o, ſo wird der andere da, wo er die Bahn des Erdſchattens in den Punkten { b / c } durchſchneidet, { Anfang / Ende } der Mondfinſterniſs { um 8 Uhr 56′ Ab. d. 14. Febr. / um 0 Uhr 52½ fr. d. 15. Febr. } anzeigen.

18) Wenn alſo der Mittelpunkt des Erdſchattens in ſeiner Bahn in dem Punkte b um 8 Uhr 56′ Abends ſich befindet, ſo fängt der Rand des Erdſchattens an, den Mond an der Oſtſeite in i zu verfinſtern; und wenn eben dieſer Mittelpunkt des Erdſchattens in den Punkt c um 0 Uhr 52½′ fr. gekommen iſt, ſo tritt der Mond in k völlig aus dem Erdſchatten wieder heraus.

§. 41. Num. 19 bis 22 wird ſich leicht auf die gegenwärtige totale ☽fi. appliziren laſſen, wie aus der Projektion erhellet.

23) Beſchreibt man aus h mit dem Halbmeſſer des Erdſchattens einen Kreis durch α, ſo ſtellt dieſer den Umfang des Erdſchattens im Mittel der Finſterniſs vor, und $\gamma h \alpha$ giebt die Gröſse der Finſter. 21 Zoll 15′

§. 41. Num. 24 bis 33 und die abnehmenden mit arabiſchen bemerkt kann auf die gegenwärtige totale ☽fi. leicht angewendet werden.

Allgemeine Regeln zur Berechnung einer Mondfinſterniſs.

§. 43.

1) Aus der Zeit des Vollmonds oder der wahren Oppoſition, der Breite des Mondes für dieſe Zeit, der Neigung der relativen Mondbahn, und der ſtündlichen Bewegung des Mondes von der Sonne, ſucht man die Zeit des Mittels der ☽finſterniſs.

Das Mittel der ☽finſterniſs zu finden.

Man macht zuerſt folgende Proportion: der Halbmeſſer oder Sinus totus = r verhält ſich zum Sinus der Neigung der relativen ☽bahn, wie die ☽breite zu einer vierten Proportionalzahl, welche den Unterſchied zwiſchen dem Vollmond und Mittel der ☽finſterniſs in Theilen des Kreiſes ausdrückt.

Hierauf verwandelt man dieſen Unterſchied vermittelſt der ſtündlichen Bewegung des ☽ von der ☉ durch folgenden Anſatz in Zeit: wie die ſtündl. Bewegung des ☽ von der ☉ zu 1 Stunde oder 3600″, alſo der gefundene Unterſchied zur vierten Proportionalzahl, welche den Unterſchied zwiſchen dem Vollmond und Mittel der ☽finſterniſs in Zeit ausdrückt.

Dieſe Zeit {ſubtrahirt / addirt} man {von / zu} der Zeit des Vollmonds, wenn die ☽breite {zunimmt / abnimmt} ſo giebt die {Differenz / Summe} die Zeit der gröſsten Verdunkelung am Monde oder des Mittels der ☽finſterniſs.

Den kürzesten Abstand der Mondbahn vom Mittelpunkte des Erdschattens zu bestimmen.

2) Den Anfang, das Ende und die Grösse der Verfinsterung zu finden, dienet der kürzeste Abstand der Mittelpunkte des Erdschattens und des Mondes, welcher sich durch nachfolgende Proportion ergiebt: der Halbmesser oder Sin. totus verhält sich zur Breite des Mondes, wie der Cosinus der Neigung zum kürzesten Abstande.

Anfang und Ende der ☽finsterniss zu finden.

3) Wenn die Zeit des Mittels der Finsterniss, der kürzeste Abstand der Mittelpunkte des Erdschattens und ☽, der Halbmesser des Erdschattens, und der Halbmesser des ☽ gegeben sind, so läst sich hieraus der Anfang und das Ende der Finsterniss bestimmen.

I. Man sucht die halbe Dauer der ☽finsterniss in Theilen des Kreises auf folgende Weise:

Die Summe des Halbmessers des Erdschattens, des ☽halbmessers, und des kürzesten Abstandes, wird mit der Summe der Halbmesser des Erdschattens und des Mondes weniger dem kürzesten Abstand multiplizirt; das erhaltene Produkt ist dem Quadrate der halben Dauer der ☽finsterniss, in Theilen des Kreises, gleich woraus sich also vermittelst der Logarithmen diese halbe Dauer finden läst.

II. Die gefundene halbe Dauer der ☽finsterniss, in Theilen des Kreises, wird durch folgende Proportion in Zeit verwandelt:

Die ſtündliche Bewegung des ☽ von der ⊙ verhält ſich zu 1 Stunde oder 3600″ wie die halbe Dauer der ☽finſterniſs in Theilen des Kreiſes, zur halben Dauer in Zeit.

III. Die halbe Dauer der ☽fi. in Zeit, von der Zeit des Mittels der Finſterniſs ſubtrahirt, giebt den Anfang, und zu der Zeit des Mittels addirt, das Ende der ☽finſterniſs.

Den Anfang und das Ende der totalen Verdunkelung zu beſtimmen.

4) Bey totalen Mondfinſterniſſen hat man noch zwey andere Erſcheinungen zu ſuchen, die Immerſion und Emerſion, oder die 2 Augenblicke da der ☽ gänzlich in den Erdſchatten eintritt, und nachdem er ganz darin verſenkt geweſen iſt, wiederum aus demſelben heraus zu treten anfängt. Die Regel, nach welcher hier gerechnet wird, iſt folgende:

I. Man ſucht den Unterſchied zwiſchen dem Halbmeſſer des Erdſch. und dem Halbm. des ☽; {add. dazu, u. / ſubtr. davon} den kürzeſten Abſtand der ☽bahn vom Mittelpunkte des Erdſchattens; die Summe mit der Differenz multiplizirt, giebt das Quadrat der halben Dauer der totalen Verdunkelung in Theilen des Kreiſes.

II. Dieſe halbe Dauer wird vermittelſt der ſtündl. Bewegung des ☽ von der ⊙ in Zeit verwandelt.

III. Die halbe Dauer der totalen Verdunkelung in Zeit, von der Zeit des Mittels der ☽finſterniſs ſubtrahirt giebt die Zeit der Immerſion oder den Anfang der totalen Verdunkelung; und zu der Zeit des Mittels addirt, die Emerſion oder das Ende der totalen Verdunkelung am Monde.

Die Grösse der ☽fi. in Zollen und Minuten anzugeben.

5) Der verfinsterte Theil des Mondes oder die Grösse der Verfinsterung in Theilen des Kreises ist allezeit der Summe der Halbmesser des ☽ und Erdschattens weniger der kürzesten Entfernung ihrer Mittelpunkte gleich. Es ist aber eingeführt, diesen Theil in Zollen oder 12theilen des ☽durchmessers, und in 60theilen der Zolle oder Minuten auszudrücken, welche Verwandlung demnach durch folgende Proportion gemacht wird:

{der ☽durchmesser verhält sich zu 12 Zollen} wie der
{oder der ☽halbmesser zu 6 Zoll. }

verfinsterte Theil des ☽ in Theilen des Kreises zur Grösse der ☽finsterniss in Zollen und Minuten.

Hiebey ist zu merken, dass diese Regel, die Grösse einer ☽fi. zu berechnen, ganz allgemein ist, und allezeit statt findet, es mag der Mittelpunkt des ☽ oder die ☽bahn ausserhalb des Erdschattens, oder in den Erdschatten fallen, oder auch der ☽ ganz in den Schatten versenkt, d. h. die Finsterniss partial oder total seyn. Im letztern Falle wird die Grösse der Verdunkelung durch mehr als 12 Zolle ausgedrückt, neml. derjenige Theil der Erdschattens darunter mit begriffen, der sich über den Mond erstreckt.

Beyspiel.

6) Für die totale ☽finsterniss den 28 April 1790 haben sich aus der Berliner Samml. astr. Tafeln folgende Elemente ergeben.

I) Wahre Zeit d ☍☉☽ zu Berl. 0 U. 48′ 33″ fr. d. 29 Apr.
II) Südliche Breite des ☽, abnehm. 7′ 2″
III) Neigung der relativ. ☽bahn 5° 39 34

IV) Stündl. Bewegung des ☽ von der ⊙ 35′ 19,3″
V) Halbmeſſer des Erdſchattens, verbeſſ. 46 25
VI) ☽halbmeſſer 16 40

Dieſe dienen nun zur Berechnung auf folgende Art:

Rechnung für das Mittel der ☽finſterniſs.

$$r : \text{Sin } 5^\circ\, 39'\, 34'' = 7'\, 2'' \text{ oder } 422'' : x$$

$$\begin{array}{ll} \text{Log } 422 & = 2{,}6253125 \\ \text{log Sin } 5^\circ\, 39'\, 34'' & = 8{,}9939447 \\ \hline \text{Log } x & = 1{,}6192572 \\ x & = 41{,}6'' \end{array}$$

Es beträgt alſo der Unterſchied zwiſchen dem Vollmond und Mittel der ☽fi. in Theilen des Kreiſes 41,6″; und man ſetzt, um denſelben in Zeit zu verwandeln

$$35'\, 19{,}3'' : 3600'' = 41{,}6'' : y = 70{,}7'' \text{ Zeit}$$

Folglich iſt der Zeitraum zwiſchen der Oppoſition und dem Mittel der Finſterniſs = 70,7″ = 1′ 10,7″ oder 1′ 11″. Dieſe Gröſse wird, weil die ☽breite abnimmt und alſo der ☽ noch nicht zu ſeinem Knoten gekommen iſt, zu der Zeit der Oppoſition d. i. zu 0 Uhr 48′ 33″ fr. addirt, ſo ergiebt ſich das Mittel der ☽fi. um 0 Uhr 49′ 44″ fr. den 29 April nach der wahren Zeit zu Berlin.

Rechnung für den kürzeſten Abſtand.

$$r : 7'\, 2'' \text{ oder } 422'' = \text{Cos } 5^\circ\, 39'\, 34'' : z$$

$$\begin{array}{ll} \text{Log Cos } 5^\circ\, 39'\, 34'' & = 9{,}9978779 \\ \text{log } 422 & = 2{,}6253125 \\ \hline \text{Log } z & = 2{,}6231904 \\ z & = 419{,}9'' \end{array}$$

Folglich ist der kürzeste Abstand oder die kleinste Entfernung der Mittelpunkte des Erdschattens und Mondes = 419,9″ = 6′ 59,9″.

Rechnung für den Anfang und das Ende der ☽finsterniss.

I. Für die halbe Dauer der Finsterniss in Theilen des Kreises:

Halbmess. des ♁schatt. + ☽halbm.	= 63′ 5″	
± Kürzester Abstand	= 6 59,9	
Summe	= 70 4,9	= 4204,9″
Unterschied	= 56 5,1	= 3365,1

folgl. 4204,9 . 3365,1 = (halbe Dauer der ☽fi.)²

Log 4204,9	= 3,6237557
log 3365,1	= 3,5269980
Summe	= 7,1507537
Hälfte	= 3,5753768
	= log 3761,6

Es ist demnach die gesuchte halbe Dauer der ☽finsterniss in Theilen des Kreises = 3761,6″ = 62′ 41,6″

II. Für die halbe Dauer der ☽finsterniss in Stunden, Minuten und Sekunden:

35′ 19,3″ : 3600″ = 3761,6″ : halb. Dau. der ☽fi. in Zeit
= 6389,7″
= 1 St. 46′ 29,7″

III. Für den Anfang, das Ende und die Dauer der ☽fi:

Zeit des Mittels	0 Uhr	49′	44″	fr. d. 29 April
∓ halbe Dauer	1 St.	46	29,7	
Anfang der ☽fi.	11 Uhr	3	14	Ab. d. 28 April
Ende der ☽fi.	2	36	14	fr. d. 29 April
Dauer der ☽fi.	3 St.	32	59.	

Rechnung für die Immersion und Emersion.

I. Für die halbe Dauer der totalen Finsterniss in Theilen des Kreises:

Halbmess. des ♁schatt. — ☽halbm.	= 29′ 45″
± Kürzester Abstand	= 6 59,9
Summe	= 36 44,9 = 2204,9″
Unterschied	= 22 45,1 = 1365,1

Folgl. 2204,9 . 1365,1 = (halbe Dauer der total. ☽fi.)²

Log 2204,9	= 3,3433889
log 1365,1	= 3,1351645
Summe	= 6,4785534
Hälfte	= 3,2392767
	= log 1734,9

Es ist also die halbe Dauer der totalen ☽finsterniss in Theilen des Kreises = 1734,9″ = 28′ 54,9″

II. Für die halbe Dauer der total. ☽finsterniss in Stunden, Minuten und Sekunden:

35′ 19,3″ : 3600″ = 1734,9″ : halb. Dau. d. tot. ☽fi. in Zeit
= 2947″
= 0 St. 49′ 7″

III. Für den Anfang, das Ende und die Dauer der totalen Verdunkelung:

Zeit des Mittels	0 Uhr	49′	44″	fr. d. 29 Ap.
∓ halbe Dauer d. tot. ☽fi.	0 St.	49	7	
Immersion	0 Uhr	0	37	fr. d. 29 April
Emersion	1	38	51	— —
Dauer der tot. ☽fi.	1 St.	38	14.	

Rechnung für die Gröfse der ☽finsterniſs.

Halbmeſſ. des Erdſch. + ☽halbm. = 63′ 5″
— Kürzeſter Abſtand = 6 59,9

Verfinſt. Th. des ☽ in Th. des Kreiſ. = 56′ 5,1″ = 3365,1″
33′ 19,5″ : 12 Zoll = 3365,1′ : Gröſse d. ☽fi. in Zo. u. Mi.
= 20 Zoll 11,7′

Es giebt alſo die Berechnung:

Anfang der ☽finſterniſs	11 U.	3′	14″	Ab. d. 28 Apr.
Immerſion – – –	0	0	37	fr. d. 29 Apr.
Mittel – – –	0	49	44	– –
Gröſse 20 Zoll 11,7′ Nö.				
Emerſion – – –	1	38	51	– –
Ende – – –	2	36	14	– –
Dauer der total. Verdu.	1 St.	38	14	
Dauer der ☽finſterniſs	3	32	59	

7) Auf Fig. XIII wird dieſe ☽finſterniſs vorgeſtellt. Eine dergleichen Verzeichnung iſt ſchon an der ☽fi. im Dec. 1797 §. 13 — 15 erklärt worden, wo auch der Beweis der in dieſem § von Num. 1 — 5 gegebenen allgemeinen Regeln anzutreffen iſt, die übrigens ſich in folgende allgemeine Formeln einkleiden laſſen.

Heiſt die Zeit des Vollmonds = T
die Breite des Mondes = λ Sek.
die relativiſche Neigung = θ
die ſtündl. Beweg. des ☽ v. der ☉ = μ Sek.
ſo iſt, wenn die Breite des ☽ zunimmt

$$T - \frac{3600\ \lambda\ \mathrm{Sin}\ \theta}{\mu}\ \text{Sek.}$$

und wenn die ☽breite abnimmt

$$T + \frac{3600\ \lambda\ \mathrm{Sin}\ \theta}{\mu}\ \text{Sek.}$$

die Zeit der gröſsten Verfinſterung oder des Mittels der ☽finſterniſs, die nun = M ſeyn mag.

Verſteht man überhaupt unter Δ Sek.

I. Die Summe der Halbmeſſer des Erdſchattens und des Mondes, wenn die Zeit des Anfangs und Endes einer ☽finſterniſs beſtimmt werden ſoll.

II. Den Unterſchied der Halbmeſſer des Erdſchattens und ☽, wenn die Zeit der Immerſion und Emerſion bey totalen ☽finſterniſſen berechnet werden ſoll.

III. Die Summe der Halbmeſſer des Erdſchattens und des Mondes weniger

- 1 Zoll d. i. $\frac{1}{12}$ ☽durchmeſſ.
- 2 – – $\frac{2}{12}$ – –
- 3 – – $\frac{3}{12}$ – –
- etc.
- 11 – – $\frac{11}{12}$ – –

wenn die Zeit, da 1, 2, 3 bis 11 Zoll am Monde, zunehmend und abnehmend, verfinſtert erſcheinen, geſucht wird.

So giebt allezeit

$$M - \frac{3600}{\mu} \cdot \sqrt{(\Delta + \lambda . \mathrm{Cos}\,\theta)\ (\Delta - \lambda . \mathrm{Cos}\,\theta)}\ \text{Sek.}$$

die Zeit des Anfangs, und

$$M + \frac{3600}{\mu} \cdot \sqrt{(\Delta + \lambda . \mathrm{Cos}\,\theta)\ (\Delta - \lambda . \mathrm{Cos}\,\theta)}\ \text{Sek.}$$

die Zeit des Endes einer ſolchen Phaſis.

Die Gröſse der ☽fi. wird in Minuten oder Sechzigtheilchen eines Zolles =

$$\frac{360}{\text{☽halbm. Sek.}} \left(\text{Halbm. d. ♁ſch.} + \text{☽halbm.} - \lambda . \mathrm{Cos}\,\theta\right)\ \text{Min. Sek.}$$

Eine andere allgemeine Berechnungsart nach Tempelhof Genaue Berechn. der ☉finſterniſſe Seite 89 — 91.

8) Setzt man die wahre Zeit des Vollmonds, da ſich der ☽ in L (Fig. XIII) befindet = T.

Die wahre Breite des Mondes, Nördlich und poſitiv, = λ; für die Südliche ☽breite CL wird daher λ verneint ſeyn.

Die Summe der Halbmeſſer des Erdſchattens und Mondes CJ = Δ.

Die ſtündliche Bewegung des Mondes von der Sonne KO = μ.

Den Winkel der Mondbahn mit dem Breitenkreiſe CLF = w; und wenn der Mond total verdunkelt wird

Den Unterſchied der Halbmeſſer des Erdſchattens und des Mondes, CE = δ; ſo iſt

Die Zeit des Anfangs der ☽fi.

$$T - \frac{\text{Sin w}}{\mu}\left(\lambda.\,\text{Cos w} + \sqrt{(\Delta + \lambda.\,\text{Sin w})\,(\Delta - \lambda.\,\text{Sin w})}\right)^{\text{St.}}$$

Die Zeit des Endes der ☽fi.

$$T - \frac{\text{Sin w}}{\mu}\left(\lambda.\,\text{Cos w} - \sqrt{(\Delta + \lambda.\,\text{Sin w})\,(\Delta - \lambda.\,\text{Sin. w})}\right)^{\text{St.}}$$

Die Zeit der Immerſion

$$T - \frac{\text{Sin w}}{\mu}\left(\lambda.\,\text{Cos w} + \sqrt{(\delta + \lambda.\,\text{Sin w})\,(\delta - \lambda.\,\text{Sin w})}\right)^{\text{Stu.}}$$

Die Zeit der Emerſion

$$T - \frac{\text{Sin w}}{\mu}\left(\lambda.\,\text{Cos w} - \sqrt{(\delta + \lambda.\,\text{Sin w})\,(\delta - \lambda.\,\text{Sin w})}\right)^{\text{Stu.}}$$

Die Gröſse der ☽fi. in Zollen =

$$\frac{6}{\text{☽halbmeſſer}}.\ (\Delta - \lambda\ \text{Sin w})$$

oder $$\frac{6}{\text{☽halbmeſſer}}\ (\Delta - \varrho)$$

wo ϱ den kürzeſten Abſtand bedeutet, und durch

$$\text{Tang}\ \varrho = \text{Tang}\ \lambda.\ \text{Sin w}$$

gefunden wird. In dieſen 2 Formeln für die Gröſse der ☽fi. wird λ übrigens auch poſitiv angenommen, wenn gleich die ☽breite Südlich iſt. Der Winkel w muſs für die 4 erſten Formeln aus folgender Glei-

chung gefunden werden, in welcher ν die ftündliche Bewegung des ☽ in der Breite bedeutet:

$$\text{Tang } w = \frac{\mu}{\nu};$$

Wenn die ☽breite Nö. oder pofitiv ift, und zunimmt, fo ift ν pofitiv und w ein fpitziger pofitiver Winkel: nimmt die Nördl. ☽br. aber ab, fo ift ν negativ, und w wird ein ftumpfer pofitiver Winkel. Ift die ☽br. Südl. oder negativ, und nimmt zu, fo ift ν wieder negativ und w ftumpf und pofitiv: wenn aber die Sü. ☽br. abnimmt, fo ift ν pofitiv und $w < 90°$ pofitiv. In den Formeln für die Gröfse der ☽fi. wird w allezeit $< 90°$ und pofitiv angenommen. Endlich ift $\mu = H - h$, Seite 17. § 4.

Die Zeiten der Verfinfterungen von 1, 2, 3 Zoll etc. laffen fich aus den 4 erften Formeln ebenfalls finden, wenn man nur darin anftatt Δ oder δ, die Summe der Halbmeffer des Erdfchattens und des ☽ weniger 1, 2, 3 Zoll etc. oder weniger $\frac{1}{12}$, $\frac{2}{12}$, $\frac{3}{12}$ .... des ☽durchmeffers fetzt.

Beyspiel.

9) Für die totale ☽finsterniſs am 28. April 1790 iſt nach Num. 6 des gegenwärtigen §

T = 0^U. 48′ 33″ fr. den 29. April;
λ = − 7. 2. = − 422″ .... log : 2,6253125
Δ = + 63. 5. = + 3785.
μ = + 35. 9. = + 2109. .... log : 3,3240766
δ = + 29. 45. = + 1785.
ν = + 3. 29. = + 209. .... log : 2,3201463

log Tang w = 11,0039303
w = 84° 20. 26. log Sin w = 9,9978779
log Coſin w = 8,9939447
log Tang λ = 7,3108879

I. *Rechnung für die Zeit des Anfangs.*

$$\frac{\text{Sin w}}{\mu}\left(\lambda.\text{Cos w}+\sqrt{(\Delta+\lambda.\text{Sin w})(\Delta-\lambda.\text{Sin w})}\right)=X^{St.}$$

$$=\frac{\text{Sin w}}{2109}\left(-422.\text{Cos w}+\sqrt{(3785-422\,\text{Sin w})(3785+422\,\text{Sin w})}\right)$$

Log 422 = 2,6253125
log Cos w = 8,9939447
Summe = 1,6192572
= log 41,6157 folgl.
422. Cos w = 41,6157

log 422 = 2,6253125
log Sin w = 9,9978779
Summe = 2,6231904
= log 419,943 folgl.
422. Sin w = 419,943
ſubtr. von ... 3785,000

3785 − 422. Sin w = 3365,057
3785 + 422. Sin w = 4204,943

Log 3365,1 = 3,5269980
log 4204,9 = 3,6237557
Summe = 7,1507537
Hälfte = 3,5753769
= log 3761,64

Es iſt alſo der Werth der Wurzelgröſse in der Formel für X St. = 3761,6. Demnach

$$X\,St. = \frac{\text{Sin } w}{2109} \cdot (-41{,}6157 + 3761{,}6)$$

$$= + \frac{\text{Sin } w}{2109} \cdot 3720$$

$= + 1{,}75527$ Stund.

$= + 1$ St. $45'\ 18{,}97''$

Log Sin w	= 9,9978779
log 3720	= 3,5705429
Summe	= 3,5684208
log 2109	= 3,3240766
log 1,75527	= 0,2443442

und T — X St. d. i. die Zeit des Anfangs der ☽fi.

= 0 Uhr 48′ 33″ fr. d. 29. Apr. — 1 St. 45′ 18,97″

= 11 Uhr 3′ 14″ Ab. den 28. April, wie Seite 130.

II. *Rechnung für die Zeit des Endes.*

Da ist

$$\frac{\text{Sin } w}{\mu}\left(\lambda.\text{Cos } w - \sqrt{(\Delta+\lambda.\text{Sin } w)(\Delta-\lambda.\text{Sin } w)}\right) = Y^{St.}$$

$$= \frac{\text{Sin } w}{2109}\left(-422.\text{Cos } w - \sqrt{(3785-422\,\text{Sin } w)(3785+422\,\text{Sin } w)}\right)$$

$$= \frac{\text{Sin } w}{2109}(-41{,}6157 - 3761{,}6)$$

$$= - \frac{\text{Sin } w}{2109} \cdot 3803{,}2$$

$= - 1{,}79453$ Stund.

$= - 1$ St. $47'\ 40{,}3''$

Log Sin w	= 9,9978779
log 3803,2	= 3,5801492
Summe	= 3,5780271
log 2109	= 3,3240766
log 1,79453	= 0,2539505

Folglich ist T — $Y^{St.}$ oder die Zeit des Endes der ☽fi.

= 0 Uhr 48′ 33″ fr. den 29. Apr. + 1 St. 47′ 40″

= 2 Uhr 36′ 13″ fr. den 29. April.

Dauer : 3 St. 32′ 59″

Halbe Dauer : 1 St. 46′ 29,5″

Anfang d. ☽fi. + halbe Dauer der ☽fi. od. Ende d. ☽fi — halbe Dauer der ☽finsternifs giebt das

Mittel der Mondfi. um 0 Uhr 49′ 43,5″ fr. d. 29. Apr.

III. *Rechnung für die Immersion.*

$$\frac{\text{Sin w}}{\mu}\left(\lambda.\text{Cos w}+\sqrt{(\delta+\lambda\,\text{Sin w})\,(\delta-\lambda\,\text{Sin w})}\right)=U^{\text{St.}}$$

$$=\frac{\text{Sin w}}{2109}\left(-41{,}6157+\sqrt{(1785-419{,}943)(1785+419{,}943)}\right)$$

$$=\frac{\text{Sin w}}{2109}\left(-41{,}6157+\sqrt{1365{,}1.\ 2204{,}9}\right)$$

$$=\frac{\text{Sin w}}{2109}\,(-41{,}6157+1734{,}9)\ \text{Seite 129}$$

$$=+\frac{\text{Sin w}}{2109}.\ 1693{,}3$$

$=+\ 0{,}79898$ Stunden

$=+\ 0$ St. $47'\ 56{,}3''$; dies subtrahirt von T, giebt

T — U St. = 0 Uhr 48′ 33″ fr. d. 29. Apr. — 0 St. 47′ 56″
= 0 Uhr 0′ 37″ fr. d. 29. Apr. die Zeit
der Immersion.

IV. *Rechnung für die Emersion.*

$$\frac{\text{Sin w}}{\mu}\left(\lambda.\text{Cos w}-\sqrt{(\delta+\lambda.\,\text{Sin. w})\,(\delta-\lambda.\,\text{Sin w})}\right)=Z^{\text{St.}}$$

$$=\frac{\text{Sin w}}{2109}\,(-41{,}6157-1734{,}9)$$

$$=-\frac{\text{Sin w}}{2109}.\ 1776{,}5$$

$=-\ 0{,}838236$ Stunden

$=-\ 0$ St. $50'\ 17{,}6''$. Folglich

geſchloſſen wird. Im letztern Falle ſubtrahirt man die gerade Aufſteigung des ☽ von der geraden Aufſteigung der Mitte des Himmels; im erſten Falle aber ſubtrahirt man die gerade Aufſteigung der Mitte des Himmels von der geraden Aufſteigung des Mondes. So giebt in beyden Fällen der übrig gebliebene Reſt die Entfernung des ☽ von demjenigen Meridian, für welchen die Finſterniſs berechnet worden iſt, in Theilen des Aequators, d. i. den Längenunterſchied zwiſchen dem Ort für welchen die Finſterniſs berechnet worden iſt, und demjenigen Ort der Erde wo der ☽ alsdann im Zenith ſtehet.

6) Liegt letzterer Ort in Anſehung desjenigen Orts für welchen die ☽ſi. berechnet worden iſt, gegen Morgen, ſo addirt man den gefundenen Längenunterſchied zur Länge desjenigen Orts für welchen die Finſterniſs berechnet worden iſt; liegt er aber gegen Abend, ſo ſubtrahirt man dieſen Unterſchied. In beyden Fällen wird durch die Summe oder den Reſt die *Länge* desjenigen Orts vom erſten Meridian bekannt, wo zur Zeit des Anfangs der ☽ſi. der Immerſion etc. der ☽ im Scheitel ſtehet.

7) Dieſen Ort trägt man nach ſeiner Länge und Breite auf eine künſtliche Erdkugel, und ſtellt ihn unter das Zenith oder am höchſten, welches dadurch bewerkſtelliget wird, daſs man den Südpol der Erdkugel ſo viel über den Horizont derſelben erhöht, (oder den Nördlichen Pol um ſo viel unter den Horizont vertieft) als die Südliche Breite des Orts Grade und Minuten enthält; und den Nordpol der Erdkugel um ſo viel über den Horizont erhöht, (oder den Südlichen Pol ſo viel unter den Horizont vertieft) als die Nördliche Breite des Orts worüber der ☽ im Scheitel ſteht, Gr. und Minuten hat, und hierauf den nach ſeiner Länge und Breite aufgetragenen Ort unter den meſſingenen Meridian ſchiebt; ſo ſind alle über dem Geſichtskreiſe be-

ſüdlichen Länder der Halbkugel, diejenigen, worinnen der Anfang der ☽finſterniſs oder die Immerſion, etc. ſichtbar iſt.

Beyſpiel.

8) Nach dieſen Regeln haben ſich folgende Reſultate für die totale ☽finſterniſs in der Nacht am 28 April 1790, die §. 43 Num. 6. für Berlin berechnet worden iſt, ergeben.

	Anfang	Immersion	Mittel	Emersion	Ende
Ort der ☉	1 Z. 8° 44′ 58″	1 Z. 8° 47′ 19″	1 Z. 8° 48′ 29″	1 Z. 8° 49′ 38″	1 Z. 8° 52′ 0″
Ort des ☽	7 7 42 30	7 8 18 24	7 8 49 12	7 9 19 45	7 9 55 52
Breite d. ☽	Südl. 13 9	Südl. 9 49	Südl. 6 58	Südl. 4 8	Südl. 0 47
Ger. Aufst. d. ☉	36° 22′ 0	36° 24′ 0″	36 25 0	36 26 0	36 28 0
Deklin. d. ☽	Sü. 14 18 0	Südl. 14 27 0	Südl. 14 34 0	Südl. 14 41 0	Südl. 14 49 0
Ger. Aufst. d. ☽	215 16 0	215 51 0	216 21 0	216 55 0	217 31 0
Ger. A. d. M. d. H.	202 10 0	216 33 0	228 51 0	241 9 0	255 32 0
Längenunt.	Oest. 13 6 0	We. 0 42 0	We. 12 30 0	We. 24 14 0	Westl. 38 1 0
Längen v. Ferro	44 9 0	30 21 0	18 33 0	6 49 0	353 2 0

Alle Länder der Erde, ohne Rechnung durch eine künſtliche Erdkugel zu erfahren, worinnen eine ☽finſterniſs geſehen werden kann.

§. 45.

1) Man beſtimmt den Ort und die Breite des ☽ beym Anfange, im Mittel, beym Ende etc. der ☽finſtern.

2) Nun führt man den Ort des ☽ in der Ekliptik ſo wohl beym Anfange, als im Mittel und am Ende der Finſterniſs, unter den meſſingenen Meridian des Globus; den Ort des ☽ aber in ſeiner Bahn nimmt man um ſo viel über oder unter der Ekliptik an, als die Nördliche oder Südliche ☽breite austrägt.

3) Alsdann zählet man am meſſing. Meridian die Grade, welche zwiſchen dem Aequator und dem Orte des ☽ entweder gegen Norden oder gegen Süden enthalten ſind; ſo bekömmt man durch ſie die Abweichung des ☽ für den angenommenen Zeitpunkt und dies iſt die Breite oder Polhöhe desjenigen Orts, wo zu der Zeit der ☽ im Scheitel ſtehet.

4) Man richtet nunmehr den Globus nach dieſer Polhöhe; wenn ſie nördlich iſt, ſo muſs der Nordpol um ſo viel als ſie beträgt über den Horizont erhöhet werden; iſt ſie aber ſüdlich, ſo erniedriget man den Nordpol ſo viel unter den Horizont, oder erhöhet den Südpol um ſo viel über den Horizont, als dieſe ſüdl. Polhöhe beträgt; und ſtellet hierauf den Weiſer des Stundenringes auf die Zeit des Anfangs der Finſterniſs, oder der Immerſion, u. ſ. w. indem man zugleich den Ort (Leipzig oder Berlin) wofür man den Anfang etc. der ☽fi. berechnet hat, unter den meſſingenen Meridian führt.

5) Nun wird der Globus gegen Morgen herumgedrehet, so wie sich die Erde dreht, bis der Zeiger 12 Uhr weiset; so kommt die über den Horizont erhobene nächtliche Halbkugel völlig mit derjenigen überein, welche man aus dem Monde betrachtet übersehen würde.

6) Statt Num. 5 kann man auch folgendergestalt verfahren: Man bestimmt den Unterschied der Zeit, zwischen dem Anfang, oder einer Phasis, und der Mitternachtsstunde 12. Trifft die Phasis vor Mitternacht ein, so drehet man den Globus um den gefundenen Zeitunterschied gegen Abend; trifft sie aber nach Mitternacht ein, so drehet man den Globus um diesen Zeitunterschied gegen Morgen.

7) Nun sieht man nach, was für ein Ort der Erde unter dem messingn. Meridian bey der in Num. 3 gefundenen Nö. od. Sü. Deklination des ☽ (oder Breite des Orts) befindlich ist; so ist dieses der Ort der Erde, welchem der ☽ im Scheitelpunkt stehet; und der messingn. Meridian des Globus schneidet zugleich im Aequator, seine Länge vom ersten Meridian des Globus gezählet, ab.

8) Alle Oerter des Erdbodens nun, die sich alsdann auf der obern Halbkugel des Globus zeigen, sehen die Finsterniss zur gegebenen Zeit des Anfangs, der Immersion, u. s. w.

9) Diejenigen so unter dem Zenith wohnen, sehen die Finsterniss alsdann gerade über ihren Häuptern, und die dort herum sich befinden, nicht weit davon. Es sehen sie die östl. Völker im Westen, und die westl. im Osten, die nördl. im Süden, und die südl. im Norden; denjenigen die nahe am Westhorizont, von Norden bis Abend und Süden wohnen, erscheint die Finsterniss beym Aufgange des ☽, wohnen sie aber am östl. Horizont, von Norden gegen Osten bis Süden, so sehen sie den verfinsterten ☽ eben untergehen.

Beſtimmung

der

Länge eines Orts

aus

Beobachtungen der Sonnenfinſterniſſe

Zuſatz zu Seite 81

Bestimmung der Länge von Leipzig aus der auf dasiger Sternwarte den 24 Jun. 1797 beobachteten Sonnenfinsterniss.

Seite 39 bis 80 habe ich mich weitläuftig mit Berechnung der Erscheinungen dieser Sonnenfinsterniss, sowohl für die Erde überhaupt, als für Leipzig insbesondere beschäftiget. Die daselbst geführten Rechnungen gaben Seite 80 für die Ereignisse des Anfangs und Endes derselben zu Leipzig Resultate, welche mit der von mir nachher angestellten Beobachtung bis auf einige ganz geringe Unterschiede übereinstimmten, wie ich dies umständlicher in des Herrn Professor Hindenburgs Archiv der Mathematik, Heft 6, Seite 255 angezeigt habe. Meine gegenwärtige Absicht ist, aus dieser Beobachtung die wahre Länge von Leipzig zu bestimmen, wozu folgende allgemeine Anweisung dient, die auf jede zu berechnende Sonnenfinsterniss anwendbar ist.

§. 46.

Aus der Beobachtung einer Sonnenfinsterniſs die Zeit der wahren Zuſammenkunft des Mondes mit der Sonne herzuleiten, berechnet man aus den aſtronomiſchen Tafeln für den Augenblick der Beobachtung $= T$ (man ſehe folg. Num. 12.):

1) $L =$ wahre Länge des Mondes.
2) $B =$ wahre Breite des Mondes.
3) $H =$ ſtündliche Bewegung des Mondes in der Ekliptik.
4) $\pi =$ Horizontalparallaxe des Mondes unter dem Aequator.
5) $\frac{1}{2} d =$ Horizontalhalbmeſſer des Mondes.
6) $\lambda =$ mittlere Länge der Sonne.
7) $h =$ ſtündliche Bewegung der Sonne.
8) $\eta =$ Halbmeſſer der Sonne.
9) $t =$ Zeitgleichung.
10) $\nu =$ Horizontalparallaxe der Sonne.
11) $\pi'' = \pi - \nu$.
12) $T =$ Zeit der Beobachtung, in *mittlerer* aſtronomiſcher Zeit, und zwar des Mittagskreiſes der Tafeln, die man gebraucht, ausgedrückt.
13) $U =$ Zeit der Beobachtung, in *mittlerer* aſtronomiſcher Zeit des Beobachtungsortes.
14) $\sigma = U$ in Graden des Aequators.
15) $\mu = \sigma + \lambda$.
16) $\omega =$ Schiefe der Ekliptik.
17) $\varphi =$ Polhöhe des Beobachtungsortes.

Ueberſicht der in §. 46. berechneten 17 Stücke.

	Für den Anfang der ⊙finſt.			Für das Ende der ⊙fi.		
U =	5 St.	34′	30″	7 St	4′	14″
T =	5.	38.	36.	7.	8.	20.
t =	0.	2.	4.	0.	2.	4.
L =	93°	40.	28.	94°	36.	23.
B =	1.	0.	56. Nö.	1.	6.	1. Nö.
H =	0.	37.	23,5.	0.	37.	23,5.
π =	0.	61.	0.	0.	61.	0.
$\frac{1}{2}$ d =	0.	16.	37.	0.	16.	37.
λ =	93.	18.	33.	93.	22.	14.
h =	0.	2.	23.	0.	2.	23.
η =	0.	15.	47.	0.	15.	47.
ν =	0.	0.	8.	0.	0.	8.
π'' =	0.	0.	3652.	0.	0.	3652.
σ =	83.	37.	30.	106.	3.	30.
μ =	176.	56.	3.	199.	25.	44.
ω =	23.	28.	7.	23.	28.	7.
φ =	51.	20.	50.	51.	20.	50.

§. 47.

Nun berechnet man

18) φ' = verbeſſerte Polhöhe des Beobachtungsortes

durch folgende Formel:

$$\text{Tang}\ \varphi' = \frac{n^2}{m^2} \cdot \text{Tang}\ \varphi;$$

in welcher

19) $\frac{n}{m}$ = Verhältniſs der Erdaxen,

d. i. ein eigentlicher Bruch ift,

$$z.\ E. = \frac{177}{178}$$

$$\text{oder} = \frac{229}{230} \text{ nach Newton,}$$

$$\text{oder} = \frac{299}{300}$$

Hierauf ergiebt fich

20) $\varphi - \varphi'$ = Winkel der Vertikallinie mit dem Halbmeffer der Erde für den Beobachtungsort, oder Unterfchied zwifchen der wahren und verbefferten Breite;

21) $\varrho = \frac{\text{Halbmeffer der Erde für den Beobachtungsort}}{\text{Halbmeffer des Erdaequators}}$

vermittelft folgender Formel:

$$\varrho = \sqrt{\left(\frac{\text{Cofin } \varphi}{\text{Cofin } \varphi' . \text{ Cofin } (\varphi - \varphi')}\right)}$$

man braucht aber für die folgenden Rechnungen nur log ϱ zu wiffen.

Anmerkung.

Man kann fich auch, φ' und log ϱ zu finden, folgender drey Gleichungen bedienen:

$$\text{I. Tang } x = \frac{n}{m} . \text{ Tang } \varphi$$

$$\text{II. Tang } \varphi' = \frac{n}{m} . \text{ Tang } x$$

$$\text{III.} \quad \varrho = \frac{\text{Cofin } x}{\text{Cofin } \varphi'} .$$

ng für φ' nach Num. 18. $\frac{n}{m} = \frac{299}{300}$ *gesetzt.*

$$
\begin{array}{rcl}
\text{Log } 299 & = & 2{,}4756712 \\
\text{log } 299 & = & 2{,}4756712 \\
\text{log Tang } \varphi & = & 10{,}0970193 \\
\hline
\text{Summe} & = & 15{,}0483617 \\
\text{log } 300 & = & 2{,}4771213 \\
\hline
\text{Rest} & = & 12{,}5712404 \\
\text{log } 300 & = & 2{,}4771213 \\
\hline
\text{log Tang } \varphi' & = & 10{,}0941191 \\
\varphi' & = & 51^\circ\ 9'\ 38'' \\
\varphi & = & 51.\ 20.\ 50. \\
\hline
\varphi - \varphi' & = & 0.\ 11.\ 12.
\end{array}
$$

Für die Abplattung $= \frac{1}{300}$ dient auch nächstfolgende Tafel um $\varphi - \varphi'$ zu finden. Nemlich

$$\varphi = 51^\circ\ 20'\ 50'' \text{ oder } = 51{,}35^\circ$$

gesetzt, giebt diese Tafel:

$$
\begin{array}{rl}
1^\circ : 5{,}3'' = 0{,}35^\circ : & 1{,}9'' \\
51^\circ \ldots & 11'\ 14{,}1. \\
\hline
\varphi - \varphi' \ldots & 11.\ 12.
\end{array}
$$

wie vorher trigonometrisch gefunden wurde. Hieraus ergiebt sich nun $\varphi' = \varphi - (\varphi - \varphi')$ und so findet man leicht durch die Formel für ϱ in Num. 21. vermittelst des Aufschlagens dreyer Logarithmen, den $\log \varrho$.

Unterschied der wahren und verbesserten Breiten, $\varphi - \varphi'$, die Verhältniss der Erdaxen wie 299 zu 300 angenommen.

Breite	Unterschied.		Breite.	Unterschied.		Breite	Unterschied.	
Grad.	Min.	Sek.	Grad.	Min.	Sek.	Grad	Min.	Sek.
0	0	0,2	30	9	55,4	60	9	57,4
1	0	24,0	31	10	7,1	61	9	45,1
2	0	47,9	32	10	18,1	62	9	32,0
3	1	11,8	33	10	28,3	63	9	18,3
4	1	35,5	34	10	37,7	64	9	3,8
5	1	59,2	35	10	46,4	65	8	48,7
6	2	22,7	36	10	54,3	66	8	32,9
7	2	46,1	37	11	1,4	67	8	16,6
8	3	9,2	38	11	7,7	68	7	59,6
9	3	32,1	39	11	13,2	69	7	42,0
10	3	54,8	40	11	17,8	70	7	23,8
11	4	17,2	41	11	21,7	71	7	5,1
12	4	39,3	42	11	24,7	72	6	45,9
13	5	1,0	43	11	26,9	73	6	26,2
14	5	22,4	44	11	28,2	74	6	6,0
15	5	43,4	45	11	28,7	75	5	45,4
16	6	3,9	46	11	28,2	76	5	24,3
17	6	24,1	47	11	27,2	77	5	2,8
18	6	43,7	48	11	25,2	78	4	41,0
19	7	2,9	49	11	22,3	79	4	18,8
20	7	21,6	50	11	18,6	80	3	56,3
21	7	39,7	51	11	14,1	81	3	33,5
22	7	57,3	52	11	8,8	82	3	10,4
23	8	14,3	53	11	2,6	83	2	47,2
24	8	30,7	54	10	55,7	84	2	23,7
25	8	46,4	55	10	47,9	85	2	0,0
26	9	1,6	56	10	39,3	86	1	36,2
27	9	16,1	57	10	30,0	87	1	12,2
28	9	29,9	58	10	19,9	88	0	48,2
29	9	43,0	59	10	9,0	89	0	24,1
30	9	55,4	60	9	57,4	90	0	0,0

Rechnung für ϱ, nach der Formel in Num. 21.

$$\log \text{Cosin}\, \varphi' = 9{,}7973646$$
$$\log \text{Cosin}\, (\varphi - \varphi') = 9{,}9999977$$
$$\text{Summe} = 19{,}7973623$$
$$10 + \log \text{Cosin}\, \varphi = 19{,}7956014$$
$$\log \varrho^2 \text{ oder } 2.\log \varrho = 9{,}9982391 - 10$$
$$\log \varrho = 9{,}9991196 - 10$$

Rechnung nach den 3 Gleichungen in der Anmerkung.

$$\text{Log n} = 2{,}4756712$$
$$\log \text{Tang}\, \varphi = 10{,}0970193$$
$$\text{Summe} = 12{,}5726905$$
$$\log \text{m} = 2{,}4771213$$
$$\log \text{Tang}\, x = 10{,}0955692; \quad x = 51^\circ\ 15'\ 14''$$
$$\log \text{n} = 2{,}4756712; \quad \log \text{Cos}\, x = 9{,}7964845$$
$$\text{Summe} = 12{,}5712404$$
$$\log \text{m} = 2{,}4771213$$
$$\log \text{Tang}\, \varphi' = 10{,}0941191; \quad \log \text{Cos}\, \varphi' = 9{,}7973646$$
$$\varphi' = 51^\circ\ 9'\ 38''; \quad \log \varrho = 9{,}9991199 - 10$$

§. 48.

Nunmehro berechnet man

22) die Breite des Neunzigſten $= b$; oder die Breite des Zeniths. Die Höhe des Neunzigſten, wenn man ſie haben wollte, iſt $= 90° - b$.

23) die Länge des Neunzigſten $= l$: welche auch die Länge des Zeniths heiſst.

Um b und l zu finden, können folgende Formeln gebraucht werden, μ iſt die gerade Aufſteigung der Mitte des Himmels:

$$1)\ \text{Tang}\ x = \text{Sin}\ \mu.\ \text{Cotang}\ \varphi'$$

$$2)\ \text{Sin}\ b = \frac{\text{Sin}\ \varphi'.\ \text{Coſin}\ (\omega + x)}{\text{Coſin}\ x}$$

$$3)\ \text{Sin}\ l = \text{Tang}\ b.\ \text{Tang}\ (\omega + x)$$

oder

$$\text{Coſin}\ l = \frac{\text{Coſin}\ \mu.\ \text{Coſin}\ \varphi'}{\text{Coſin}\ b}$$

oder auch

$$\text{Tang}\ l = \frac{\text{Tang}\ \mu.\ \text{Sin}\ (\omega + x)}{\text{Sin}\ x}$$

Rechnung.

Für den Anfang der Sonnenfinsterniss.

$\mu = 176^\circ\ 56'\ 3''$ . . . . log Sin 8,7282186

$\varphi' = 51.\ 9.\ 38.$ . . . . . log Cotang 9,9058794 . . . . log Sin 9,8914853

$\omega = 23.\ 28.\ 7.$ log Tang x = 8,6340980

$x = 2^\circ\ 27'\ 57''$ . . . . Compl log Cosin 0,0004023

$\omega = 23.\ 28.\ 7.$

$\omega + x = 25.\ 56.\ 4.$ . . . . log Cosin 9,9539022

log Sin b = 9,8457898

$b = 44^\circ\ 31'\ 0''$

log Tang b = 9,9926724

log Tang $(\omega + x)$ = 9,6869195

log Sin $28^\circ\ 34'\ 0''$ = 9,6795919

subtr. von $180.\ 0.\ 0.$

$l = 151.\ 26.\ 0.$

Für das Ende der Sonnenfinsterniss.

$\mu = 199^\circ\ 25'\ 44''$ . . . . . — Sin 9,5219701

$\varphi' = 51.\ 9.\ 38.$ . . . . . Cotang 9,9058794 . . . . Sin 9,8914853

$\omega = 23.\ 28.\ 7.$ log Tang x = 9,4278495

x = $-14^\circ\ 59'\ 36''$ . . . Compl Cos 0,0150427

ω = 23. 28. 7.

$\omega + x$ = 8. 28. 31. . . . . Cosin 9,9952312

log Sin b = 9,9017592

b = $52^\circ\ 53'\ 49''$

log Tang b = 10,1212612

log Tang $(\omega + x)$ = 9,1732151

log Sin $11^\circ\ 21'\ 43''$ = 9,2944763

subtr. von 180. 0. 0.

l = 168. 38. 17.

§. 49.

Nun folget die Rechnung für

24) den Unterſchied der Längenparallaxen des ☽ und der ☉ = p''

25) die ſcheinbare Breite des ☽ = B'

26) den vergröſserten Halbmeſſer des ☽ = $\frac{1}{2}$ d'

vermittelſt folgender Formeln:

$$\text{I. Cosin } A = \frac{\varrho.\ \text{Sin } \pi''.\ \text{Cosin } b.\ \text{Cosin } (L - l)}{\text{Cosin } B}$$

$$\text{II. Tang } p'' = \frac{\frac{1}{2}\varrho.\ \text{Sin } \pi''.\ \text{Cosin } b.\ \text{Sin } (L - l)}{\text{Cosin } B.\ \text{Sin}^2 \frac{1}{2} A}$$

$$\text{III. Sin } C = \varrho.\ \text{Sin } \pi''.\ \text{Sin } b$$

$$\text{IV. Tang } B' = \frac{\text{Sin } \frac{1}{2}(B - C).\ \text{Cos } \frac{1}{2}(B + C).\ \text{Cos } p''}{\text{Cosin } B.\ \text{Sin}^2 \frac{1}{2} A}$$

$$\text{V. Sin } \tfrac{1}{2} d' = \frac{\frac{1}{2}.\ \text{Cosin } p''.\ \text{Cosin } B'.\ \text{Sin } \frac{1}{2} d}{\text{Cosin } B.\ \text{Sin}^2 \frac{1}{2} A}$$

ſtatt deren man aber auch folgende Näherungsformeln gebrauchen kann:

$$1)\ 90^\circ - A = \frac{\varrho.\ \pi''.\ \text{Cosin } b.\ \text{Cosin } (L - l)}{\text{Cosin } B}$$

$$2)\ p'' = \frac{\frac{1}{2}\varrho\pi''.\ \text{Cosin } b.\ \text{Sin } (L - l)}{\text{Cosin } B.\ \text{Sin}^2 \frac{1}{2} A}$$

$$3)\ C = \varrho\pi''.\ \text{Sin } b$$

$$4)\ B' = \frac{\frac{1}{2}(B - C).\ \text{Cosin } \frac{1}{2}(B + C).\ \text{Cosin } p''}{\text{Cosin } B.\ \text{Sin}^2 \frac{1}{2} A}$$

$$5)\ \tfrac{1}{2} d' = \frac{\frac{1}{2}\ \text{Cosin } p''.\ \text{Cosin } B'.\ \frac{1}{2} d}{\text{Cosin } B.\ \text{Sin}^2 \frac{1}{2} A}$$

Rechnungen um p″, B′ und $\frac{1}{2}$ d′ für den Anfang der Sonnenfinsternifs zu finden.

$L = 93° 40′ 28″$
$l = 151. 26. 0.$
$L - l = -57. 45. 32.$
negativ.

Log ϱ =	9,9991196 — 10
log Sin π″ =	8,2480829
log Cofin b =	9,8531179
log Cos (L — l) =	9,7271208
Summe =	27,8274412
10 + log Cos B =	19,9999318
log Cofin A =	7,8275094
A =	89° 36′ 53″
$\frac{1}{2}$ A =	44 48 26.
log Sin $\frac{1}{2}$ A =	9,8480188
log Sin $\frac{1}{2}$ A =	9,8480188
log Cofin B =	9,9999318

Log ϱ =	9,9991196 — 10
log π″ =	3,5625308
log Cos b =	9,8531179
log Cos (L — l) =	9,7271208
Summe =	23,1418891
10 + log Cos B =	19,9999318
log (90° — A) =	3,1419573
90° — A =	1386,6″
=	0° 23′ 7″
90° =	89. 59. 60.
A =	89. 36. 53.

log (Cofin B. Sin² $\frac{1}{2}$ A) = 29,6959694 beständiger Nenner.

$10 + \log \frac{1}{2} = 9{,}6989700$
$\log \varrho = 9{,}9991196 - 10$
$\log \mathrm{Sin}\, \pi'' = 8{,}2480829$
$\log \mathrm{Cosin}\, b = 9{,}8531179$
$\log \mathrm{Sin}\, (L - l) = 9{,}9272731$
verneint

Summe $= 37{,}7265635$
beständ. Nenner $= 29{,}6959694$

$\log \mathrm{Tang}\, p'' = 8{,}0305941$
$p'' = -0^\circ\, 36'\, 53''$

$10 + \log \frac{1}{2} = 9{,}6989700$
$\log \varrho = 9{,}9991196 - 10$
$\log \pi'' = 3{,}5625308$
$\log \mathrm{Cosin}\, b = 9{,}8531179$
$\log \mathrm{Sin}\, (L - l) = 9{,}9272731$
verneint

Summe $= 33{,}0410114$
beständ. Nenner $= 29{,}6959694$

$\log p'' = 3{,}3450420$
$p'' = -2213''$
$= -0^\circ\, 36'\, 53''$

$\log \varrho = 9{,}9991196 - 10$
$\log \mathrm{Sin}\, \pi'' = 8{,}2480829$
$\log \mathrm{Sin}\, b = 9{,}8457903$

$\log \mathrm{Sin}\, C = 8{,}0929928$
$C = 0^\circ\, 42'\, 35''$

$\log \varrho = 9{,}9991196 - 10$
$\log \pi'' = 3{,}5625308$
$\log \mathrm{Sin}\, b = 9{,}8457903$

$\log C = 3{,}4074407$
$C = 2555''$
$= 0^\circ\, 42'\, 35''$

$B = 1^\circ\ 0'\ 56''$
$C = 0.\ 42.\ 35.$
$B - C = 0.\ 18.\ 21.$
$\frac{1}{2}(B - C) = 0.\ 9.\ 10.$
$= 550.$
$B + C = 1.\ 43.\ 31.$
$\frac{1}{2}(B + C) = 0.\ 51.\ 46.$

$10 + \log \mathrm{Sin} \frac{1}{2}(B - C) = 17,4259370$
$\log \mathrm{Cofin} \frac{1}{2}(B + C) = 9,9999508$
$\log \mathrm{Cofin}\ p'' = 9,9999750$
Summe $= 37,4258628$
beständiger Nenner $= 29,6959694$
$\log \mathrm{Tang}\ B' = 7,7298934$
$B' = 0^\circ\ 18'\ 27''$ Nö

$10 + \log \frac{1}{2}(B - C) = 12,7403627$
$\log \mathrm{Cofin} \frac{1}{2}(B + C) = 9,9999508$
$\log \mathrm{Cofin}\ p'' = 9,9999750$
Summe $= 32,7402885$
beständ. Nenner $= 29,6959694$
$\log B' = 3,0443191$
$B' = 1107''$
$= 0^\circ\ 18'\ 27''$ Nö.

$10 + \log \frac{1}{2} = 9,6989700$
$\log \mathrm{Cofin}\ p'' = 9,9999750$
$\log \mathrm{Cofin}\ B' = 9,9999937$
$\log \mathrm{Sin} \frac{1}{2} d = 7,6842683$
Summe $= 37,3832070$
beständiger Nenner $= 29,6959694$
$\log \mathrm{Sin} \frac{1}{2} d' = 7,6872376$
$\frac{1}{2} d' = 0^\circ\ 16'\ 44''$

$10 + \log \frac{1}{2} = 9,6989700$
$\log \mathrm{Cofin}\ p'' = 9,9999750$
$\log \mathrm{Cofin}\ B' = 9,9999937$
$\log \frac{1}{2} d = 2,9986952$
Summe $= 32,6976339$
beständiger Nenner $= 29,6959694$
$\log \frac{1}{2} d' = 3,0016645$
$\frac{1}{2} d' = 1003,84''$
$= 0^\circ\ 16'\ 44''$

Für das Ende der Sonnenfinsternifs findet man auf ähnliche Art

$L - l = -74^\circ\ 1'\ 54''$
negativ.

$\log \text{Cosin } A = 7{,}4672804$	$\log(90^\circ - A) = 2{,}7817283$
$A = 89^\circ\ 49'\ 55''$	$90^\circ - A = 604{,}96''$
$\frac{1}{2} A = 44.\ 54\ \ 58.$	$= 0^\circ 10'\ 5''$
$\log(\text{Cos}B.\text{Sin}^2 \frac{1}{2} A) = 29{,}6976163$ beftändiger Nenner.	$90^\circ = 89.\ 59\ 60.$
	$A = 89.\ 49.\ 55.$
$\log \text{Tang } p'' = 8{,}0119643$	$\log p'' = 3{,}3264122$
$p'' = -0^\circ\ 35'\ 20''$	$p'' = -2120''$
	$= -0^\circ 35' 20''$
$\log \text{Sin } C = 8{,}1489614$	$\log C = 3{,}4634093$
$C = 0^\circ\ 48'\ 27''$	$C = 2907''$
	$= 0^\circ\ 48'\ 27''$
$\log \text{Tang } B' = 7{,}7096856$	$\log B' = 3{,}0241112$
$B' = 0^\circ\ 17'\ 37''$ Nö.	$B' = 1057''$
	$= 0^\circ 17' 37''$ Nö.
$\log \text{Sin } \frac{1}{2} d' = 7{,}6855561$	$\log \frac{1}{2} d' = 2{,}9999830$
$\frac{1}{2} d' = 0^\circ\ 16'\ 40''$	$\frac{1}{2} d' = 999{,}96''$
	$= 0^\circ\ 16'\ 40''$

§. 50.

Nun berechnet man

27) Δ = Abftand der Mittelpunkte der ☉ und des ☽
$= \frac{1}{2} d' + \eta$

Will man noch wegen der Irradiation und Inflexion Rechnung tragen, fo vermindert man Δ um $6{,}5''$, d. i. man fetzt

$$\Delta' = \Delta - 6{,}5''$$

und gebraucht Δ' ftatt Δ in den nächftfolgenden Rechnungen.

28) $\alpha = \sqrt{[(\Delta + B') (\Delta - B')]}$

oder wenn man die Irradiation und Inflexion mit in Rechnung bringt:

$$\alpha' = \sqrt{[(\Delta' + B') (\Delta' - B')]}$$

Nach aller Schärfe berechnet man α und α' durch folgende Gleichungen:

$$\text{Tang}\, \tfrac{1}{2} \alpha = \sqrt{[\text{Tang}\, \tfrac{1}{2} (\Delta + B').\ \text{Tang}\, \tfrac{1}{2} (\Delta - B')]}$$

$$\text{Tang}\, \tfrac{1}{2} \alpha' = \sqrt{[\text{Tang}\, \tfrac{1}{2} (\Delta' + B').\ \text{Tang}\, \tfrac{1}{2} (\Delta' - B')]}$$

29) a) Für den Anfang der Sonnenfinsterniſs

$\left.\begin{array}{c} \alpha + p'' \\ \text{oder} \\ \alpha' + p'' \end{array}\right\}$ = Unterſchied der wahren Längen der Sonne und des Mondes oder $= \odot - L$

b) Für das Ende der Sonnenfinsterniſs

$\left.\begin{array}{c} \alpha - p'' \\ \text{oder} \\ \alpha' - p'' \end{array}\right\} = L - \odot =$ Unterſchied der wahren Längen des Mondes und der Sonne

Hier muſs man auf das Zeichen, welches p'' bekommt, Achtung geben.

30) $m' = \dfrac{3600 \text{ Sek.}}{(H - h) \text{ Sek.}}$

Man braucht hier nur log m' zu wiſſen.

31) a) Für den Anfang der Sonnenfinsterniſs:

$$t = m'. \ (\alpha + p'')$$

oder

$$= m'. \ (\alpha' + p'')$$

b) Für das Ende der Sonnenfinsterniſs:

$$t' = m'. (\alpha - p'')$$
oder
$$= m'. (\alpha' - p'')$$

Die Zahl t oder t' wird durch die logarithmiſchen Tafeln in Sekunden ausgedrückt erhalten, man verwandelt ſie aber alsdann in Stunden, Minuten und Sekunden.

32) a) Für den Anfang der Sonnenfinsterniſs:

$U + t =$ mittlerer Zeit der wahren ☌☽☉

b) Für das Ende der Sonnenfinsterniſs:

$U - t' =$ mittlerer Zeit der wahren ☌☽☉

Rechnung zu 27 bis 32

Für den Anfang der Sonnenfinſterniſs.

$$\tfrac{1}{2} d' = 0^\circ\ 16'\ 44''$$
$$\eta = 0.\ 15.\ 47.$$
$$\Delta = 0.\ 32.\ 31.$$
$$= 1951.$$
$$\text{ſubtr.} \ldots\ 6{,}5.$$
$$\Delta' = 1944{,}5.$$

$$\Delta = 1951''$$
$$B' = 1107.$$
$$\Delta + B' = 3058 \ldots \log 3{,}4854375$$
$$\Delta - B' = 844 \ldots \log 2{,}9263424$$
$$2.\log \alpha = 6{,}4117799$$
$$\log \alpha = 3{,}2058899$$
$$\alpha = 1606{,}5''$$

Eben ſo ergiebt ſich:

$$\alpha' = 1598{,}6.$$

Oder:

$$\tfrac{1}{2}(\Delta + B') = 0^\circ\ 25'\ 29''$$
$$\tfrac{1}{2}(\Delta - B') = 0.\ 7.\ 2.$$
$$\log \text{Tang}\, \tfrac{1}{2}(\Delta + B') = 7{,}8699903$$
$$\log \text{Tang}\, \tfrac{1}{2}(\Delta - B') = 7{,}3108879$$
$$2.\log \text{Tang}\, \tfrac{1}{2}\alpha = 15{,}1808782$$
$$\log \text{Tang}\, \tfrac{1}{2}\alpha = 7{,}5904391$$
$$\tfrac{1}{2}\alpha = 0^\circ\ 13'\ 23''$$
$$\alpha = 0.\ 26.\ 46.$$
$$= 1606.$$

Eben ſo findet ſich

$$\tfrac{1}{2}\alpha' = 0.\ 13.\ 19.$$
$$\alpha' = 0.\ 26.\ 38.$$
$$= 1598.$$

$\alpha = 1606''$	$H = 0^\circ\ 37'\ 23{,}5''$	$\text{Log}\ 3600 = 3{,}5563025$	$U = 5^{St.}\ 34'\ 30''$
$p'' = -2213$	$h = 0.\ 2.\ 23$	$\log (H - h) = 3{,}3223227$	$t = -0.\ 17.\ 20.$
$\alpha + p'' = -607.$	$H - h = 0.\ 35.\ 0{,}5.$	$\log m' = 0{,}2339798$	☌ ☽ ☉ $= 5.\ 17.\ 10.$
$\alpha' + p'' = -615.$	$= 2100{,}5.$	$\log (\alpha + p'') = 2{,}7831887$	mittl. Zeit.
		verneint	oder $= 5.\ 16.\ 56.$
		$\log t = 3{,}0171685$	wenn α' gebraucht wird.
		$t = -1040{,}32''$	
		$= -0^{St.}\ 17'\ 20''$	
		Wenn α' gebraucht wird, ſo findet ſich	
		$t = -0.\ 17.\ 34.$	

Für das Ende der Sonnenfinsterniſs erhält man auf eben dieſe Art:

$\Delta = 0° \; 32' \; 27''$	$\alpha - p'' = + 3755''$	Wenn α' gebraucht wird,
$= 1947.$	$\alpha' - p'' = + 3747.$	ergiebt ſich:
ſubtr. . . . . $6{,}5.$	$t' = + 6435{,}6''$	$t' = + 6421{,}9''$
$\Delta' = 1940{,}5.$	$= 1^{St.} \; 47' \; 16''$	$= 1^{St.} \; 47' \; 2''$
$\alpha = 1635.$	$U = 7. \; 4. \; 14.$	$U = 7. \; 4. \; 14.$
$\alpha' = 1627.$	☌☽☉ $= 5. \; 16. \; 58.$ mittl. Zeit.	☌☽☉ $= 5. \; 17. \; 12.$

Es iſt alſo erhalten worden: Irrad. u. Inſl.

Aus dem Anfange der Sonnenfinſterniſs:	☌☽☉ . . .	$5^{St.} \; 17' \; 10''$	oder $5^{St.} \; 16' \; 56''$
Aus dem Ende der Sonnenfinſterniſs:	☌☽☉ . . .	$5. \; 16 \; 58.$	oder $5. \; 17 \; 12.$
Mittel:	☌☽☉ . . .	$5. \; 17. \; 4$	$5. \; 17. \; 4.$

mittlerer Zeit.

d. i. 5. 15. 0. wahrer Zeit.

Uebersicht der in §. 47, 48, 49 und 50 berechneten Grössen.

	Für den Anfang der Sonnenfinsterniss.	Für das Ende der Sonnenfinsterniss.
§. 47.	$\frac{n}{m} = \frac{299}{300}$	$\frac{n}{m} = \frac{299}{300}$
	$\varphi' = 51^\circ\ 9'\ 38''$	$\varphi' = 51^\circ\ 9'\ 38''$
	$\varphi - \varphi' = 0.\ 11.\ 12.$	$\varphi - \varphi' = 0.\ 11.\ 12.$
	$\text{Log}\ \varrho = 9{,}9991196 - 10$	$\text{Log}\ \varrho = 9{,}9991196 - 10$
§. 48.	$b = 44^\circ\ 31'\ 0''$	$b = 52^\circ\ 53'\ 49''$
	$l = 151.\ 26.\ 0.$	$l = 168.\ 38.\ 17.$
§. 49.	$p'' = -0.\ 36.\ 53.$	$p'' = -0.\ 35.\ 20.$
	$B' = 0.\ 18\ 27.$ Nö.	$B' = 0.\ 17\ 37.$ Nö.
	$\frac{1}{2} d' = 0.\ 16.\ 44.$	$\frac{1}{2} d' = 0.\ 16.\ 40.$

	Anfang		Ende	
§. 50.	$\Delta = 1951''$	$\Delta' = 1944{,}5''$	$\Delta = 1947''$	$\Delta' = 1940{,}5''$
	$\alpha = 1606.$	$\alpha' = 1598.$	$\alpha = 1635.$	$\alpha' = 1627.$
	$\alpha + p'' = -607.$	$\alpha' + p'' = -615.$	$\alpha - p'' = 3755.$	$\alpha' - p'' = 3747.$
	$H - h = 2100{,}5.$	$H - h = 2100{,}5.$	$H - h = 2100{,}5.$	$H - h = 2100{,}5.$
	$\log m' = 0{,}2339798$	$\log m' = 0{,}2339798$	$\log m' = 0{,}2339798$	$\log m' = 0{,}2339798$
	$t = -0^{St.}\ 17'\ 20''$	$t = -0^{St.}\ 17'\ 34''$	$t' = 1^{St.}\ 47'\ 16''$	$t' = 1^{St.}\ 47'\ 2''$
	$U + t = 5.\ 17\ 10$	$U + t = 5.\ 16.\ 56.$	$U - t' = 5.\ 16\ 58.$	$U - t' = 5.\ 17.\ 12.$

§. 51.

Berechnung der Corrections-Gleichungen.

Es ſey $d\Delta$ oder $d\Delta'$ = Verbeſſerung der Abſtände der Mittelpunkte des Monds und der Sonne, oder der Fehler der von der Ungewiſsheit der Summe der Halbmeſſer der Sonne und des Mondes, d. i. von Δ oder Δ' herrührt;

dB = Verbeſſerung der Mondsbreite, oder Fehler der Mondstafeln in der Breite;

$d\pi''$ = Verbeſſerung der Aequatoreal-parallaxe, oder der Fehler derſelben;

ſo iſt 33) Mittlere Zeit der wahren ☌ ☽ ☉ aus dem Anfang der Sonnenfinſterniſs, oder

$$X = (U+t) + \frac{m'.\Delta}{\alpha}.\, d\Delta - \frac{m'.B'}{\alpha}.\, dB$$

$$+ \left(\frac{m'B'\,(B-B')}{\alpha\,\pi''} + \frac{m'p''}{\pi''}\right).\, d\pi''$$

Hat man die Irradiation und Inflexion in Rechnung gebracht, ſo iſt die

Mittlere Zeit der wahren ☌ ☽ ☉ aus dem Anfange der ☉finſterniſs, oder

$$X' = (U+t) + \frac{m'\Delta'}{\alpha'}.\, d\Delta' - \frac{m'B'}{\alpha'}.\, dB$$

$$+ \left(\frac{m'B'\,(B-B')}{\alpha'\,\pi''} + \frac{m'p''}{\pi''}\right).\, d\pi''$$

34) Mittlere Zeit der wahren ☌☽☉ aus dem Ende der ☉finſterniſs, oder

$$Y = (U - t') - \frac{m'\Delta}{\alpha}. d\Delta + \frac{m'B'}{\alpha}. dB$$
$$- \left(\frac{m'B'(B - B')}{\alpha\pi''} - \frac{m'p''}{\pi''}\right). d\pi''$$

Wenn man die Irradiation und Inflexion in Rechnung gebracht hat, ſo iſt:

Mittlere Zeit der wahren ☌☽☉ aus dem Ende der Sonnenfinſterniſs, oder

$$Y' = (U - t') - \frac{m'\Delta'}{\alpha'}. d\Delta' + \frac{m'B'}{\alpha'}. dB$$
$$- \left(\frac{m'B'(B - B')}{\alpha'\pi''} - \frac{m'p''}{\pi''}\right). d\pi''$$

Endlich wird das Mittel aus beyden Beſtimmungen genommen, alſo:

35) Mittlere Zeit der wahren ☌☽☉ aus der beobachteten Sonnenfinſterniſs

$$= \frac{X + Y}{2} \text{ oder } = \frac{X' + Y'}{2}.$$

Rechnung für den Anfang der Sonnenfinsterniss.

$$\text{Log}\ m' = 0{,}2339798$$
$$\log \Delta = 3{,}2902573$$
$$\text{Summe} = 3{,}5242371$$
$$\log \alpha = 3{,}2057455$$
$$\log \frac{m'\Delta}{\alpha} = 0{,}3184916$$
$$\frac{m'\Delta}{\alpha} = 2{,}082$$

$$\log m' = 0{,}2339798$$
$$\log B' = 3{,}0443191$$
$$\text{Summe} = 3{,}2782989$$
$$\log \alpha = 3{,}2057455$$
$$\log \frac{m'B'}{\alpha} = 0{,}0725534$$
$$\frac{m'B'}{\alpha} = 1{,}1818$$

$$\log \frac{m'B'}{\alpha} = 0{,}0725534$$
$$\log (B - B') = 3{,}4063698$$
$$\text{Summe} = 3{,}4789232$$
$$\log \pi'' = 3{,}5625308$$
$$\log \frac{m'B'(B-B')}{\alpha\pi''} = 9{,}9163924 - 10$$
$$\frac{m'B'(B-B')}{\alpha\pi''} = 0{,}82488$$

$$\log m' = 0{,}2339798$$
$$\log p'' = 3{,}3450420$$
verneint
$$\text{Summe} = 3{,}5790218$$
$$\log \pi'' = 3{,}5625308$$
$$\log \frac{m'p''}{\pi''} = 0{,}0164910$$
$$\frac{m'p''}{\pi''} = -1{,}0387$$

$$\frac{m'p''}{\pi''} = -1{,}03870$$

$$\frac{m'B'(B-B')}{\alpha\pi''} + \frac{m'p''}{\pi''} = -0{,}21382$$

Folglich

$$X = 5^{\text{St.}}\ 17'\ 10'' + 2{,}08.\ d\Delta - 1{,}18.\ dB - 0{,}21.\ d\pi''$$

Mit Betrachtung der Irradiation und Inflexion wird gefunden:

$$\log \frac{m'\Delta'}{\alpha'} = 0{,}3192109 \quad \Big| \quad \log \frac{m'B'}{\alpha'} = 0{,}0747221 \quad \Big| \quad \log \frac{m'B'(B-B')}{\alpha'\pi''} = 9{,}9185611 - 10$$

$$\frac{m'\Delta'}{\alpha'} = 2{,}0855 \quad \Big| \quad \frac{m'B'}{\alpha'} = 1{,}1877 \quad \Big| \quad \frac{m'B'(B-B')}{\alpha'\pi''} = 0{,}82901$$

$$\frac{m'p''}{\pi''} = -1{,}03870$$

Folglich

$$X' = 5^{St.}\,16'\,56'' + 2{,}09.\,d\Delta' - 1{,}19.\,dB - 0{,}21.\,d\pi''$$

$$\frac{m'B'(B-B')}{\alpha'\pi''} + \frac{m'p''}{\pi''} = -0{,}20969$$

Für das Ende der Sonnenfinsterniſs:

$$\text{Log}\,\frac{m'\Delta}{\alpha} = 0{,}3098280 \quad \Big| \quad \log \frac{m'\Delta'}{\alpha'} = 0{,}3105058 \quad \Big| \quad \log \frac{m'B'}{\alpha} = 0{,}0445732 \quad \Big| \quad \log \frac{m'B'}{\alpha'} = 0{,}0467034$$

$$\frac{m'\Delta}{\alpha} = 2{,}04093 \quad \Big| \quad \frac{m'\Delta'}{\alpha'} = 2{,}04412 \quad \Big| \quad \frac{m'B'}{\alpha} = 1{,}1080 \quad \Big| \quad \frac{m'B'}{\alpha'} = 1{,}1135$$

$$\log \frac{m'B'(B-B')}{\alpha\pi''} = 9{,}9450390 - 10 \quad \Big| \quad \log \frac{m'B'(B-B')}{\alpha'\pi''} = 9{,}9471692 - 10 \quad \Big| \quad \log \frac{m'p''}{\pi''} = 9{,}9978612 - 10$$

$$\frac{m'B'(B-B')}{\alpha\pi''} = 0{,}88113 \quad \Big| \quad \frac{m'B'(B-B')}{\alpha'\pi''} = 0{,}88546 \quad \Big| \quad \frac{m'p''}{\pi''} = 0{,}995087$$

$$\frac{m'B'(B-B')}{\alpha\,\pi''} - \frac{m'p''}{\pi''} = 0{,}88113 + 0{,}99509 = 1{,}87622$$

$$\frac{m'B'(B-B')}{\alpha'\,\pi''} - \frac{m'p''}{\pi''} = 0{,}88546 + 0{,}99509 = 1{,}88055$$

Folglich:

$$Y = 5^{St.}\,16'\,58'' - 2{,}04.\,d\Delta + 1{,}11.\,dB - 1{,}88.\,d\pi''$$

Mit Betrachtung der Irradiation und Inflexion:

$$Y' = 5^{St.}\,17'\,12'' - 2{,}04.\,d\Delta' + 1{,}11.\,dB - 1{,}88.\,d\pi''$$

Ueberſicht der in §. 51. berechneten Correctionsgleichungen.

	St. ′ ″			
$X =$	5. 17. 10.	$+ 2{,}08.\,d\Delta$	$- 1{,}18.\,dB$	$- 0{,}21.\,d\pi''$
$Y =$	5. 16. 58.	$- 2{,}04.\,d\Delta$	$+ 1{,}11.\,dB$	$- 1{,}88.\,d\pi''$
$\frac{X+Y}{2} =$	5. 17. 4.	$+ 0{,}02.\,d\Delta$	$- 0{,}04.\,dB$	$- 1{,}04.\,d\pi''$
$X' =$	5. 16. 56.	$+ 2{,}09.\,d\Delta'$	$- 1{,}19.\,dB$	$- 0{,}21.\,d\pi''$
$Y' =$	5. 17. 12.	$- 2{,}04.\,d\Delta'$	$+ 1{,}11.\,dB$	$- 1{,}88.\,d\pi''$
$\frac{X'+Y'}{2} =$	5. 17. 4.	$+ 0{,}02.\,d\Delta'$	$- 0{,}04.\,dB$	$- 1{,}04.\,d\pi''$

Wenn man hier die Verbeſſerungen wegen $d\Delta$ und dB, deren Koëfficienten ſehr klein ſind, wegläſst, ſo behält man nur noch:

$$5^{St}\;17'\;4'' - 1{,}04.\,d\pi''$$

dahero würde, wenn man gewiſs verſichert wäre, daſs $d\pi'' = 0$ ſey, ohne merklichen Fehler ☌ ☽ ☉ *um* $5^{U.}\,17'\,4''$ *mittlerer Zeit zu Leipzig* angeſetzt werden

können. Dies ſtimmt auch mit *Triesneckers* Berechnung dieſer Beobachtung, *Ephemerid. Viennenſ. anni 1799*, Seite 362, ſo wie mit der Rechnung des *La Lande*, *Connaiſſance des Tems*, *année X* = 1802, Seite 370 überein. Jener findet die Conjunction um $5^{U.}$ 17′ 3,6″ mittl. Zeit, und dieſer $5^{U.}$ 15′ 1″ wahrer Zeit.

Eben ſo berechnet man die ☌ ☽ ☉ für einen andern gegebenen Ort, wo die Sonnenfinſterniſs beobachtet worden iſt. Alsdann giebt der Unterſchied beyder Zeiten den Mittagsunterſchied dieſer beyden Oerter. *Triesnecker* hat am a. O. der *Ephem. Vienn.* Beobachtungen dieſer Sonnenfinſterniſs von verſchiedenen Orten her berechnet, aus eben erwähnter Vergleichung folgt *Mittagsunterſchied zwiſchen Leipzig und Paris:* $0^{St.}$ 39′ 59,4″ welches die *Länge von Leipzig* = 29° 59′ 51″ giebt. Man ſehe auch *von Zachs geographiſche Ephemeriden*, 1798, Band 1, Seite 419 und 675, desgleichen Band 2, Seite 491.

Folgende von mir beobachtete Bedeckungen der Fixſterne vom Monde geben nicht ſehr von voriger Angabe abweichende Reſultate:

		St.	′	″	
1798.	6 May. ι υ ♉ . .	0.	40.	3,8.	Ephemer. Viennenſ. anni 1802. Seite 451.
—	. . . . . .	0.	40.	3,6.	Zach monatl. Correſpond. 1800. Band 2. Seite 483.
—	8 Aug. ε ♊ . . .	0.	40.	12,8.	Eph. Vienn. ann. 1801. S. 366. desgl. Zach mon. Corr. 1800. B. 1. S. 598.
—	. . . . . .	0.	40.	12,5.	Zach geograph. Ephemeriden, 1799. Band 4. Seite 312.
—	. . . . . .	0.	40.	7,9.	Bode aſtronom. Jahrbuch für 1803, Seite 232.
—	21 Aug. φ ♐ . . .	0.	40.	11,2.	Eph. Vienn. ann. 1801. S. 366. desgl. Zach mon. Corr. 1800. B. 1. S. 598.
—	. . . . . .	0.	40.	1,0.	Zach geograph. Ephemer. 1798. Band 2, Seite 550.
—	. . . . . .	0.	40.	7,3.	Zach geograph. Ephemer. 1799. Band 3, Seite 568.
—	27 Oct. τ ♉ . . .	0.	40.	8,9.	Ephemerid. Viennenſ. anni 1801. Seite 366.
—	. . . . . .	0.	40.	3,8.	Zach geograph. Ephemer. 1799. Band 3. Seite 569.
—	. . . . . .	0.	40.	9,8.	Zach geograph. Ephemer. 1799. Band 4. Seite 305.
1799.	23 Nov. ♀ . . .	0.	40.	6,5.	Eph. Vienn. ann. 1802. S. 451. desgl. Zach mon. Corr. 1800. B. 2. S. 485.
1800.	5 May. η ♍ . . .	0.	40.	10,2.	Ephemerid. Viennenſ. anni 1802. Seite 451.

Setzt man nun hiezu noch diejenigen Reſultate, welche obige ⊙finſterniſs giebt:

St.	′	″	
0.	39.	59,4.	Ephemerid. Viennenſ. anni 1799. Seite 262.
0.	40.	2,0.	Zach geograph. Ephemer. 1798. Band 1. Seite 419.
0.	40.	1,0.	Zach geogr. Eph. 1798. B. 1. S. 675. desgl. Conn. d. T. X = 1802. S. 370.

ſo ergiebt ſich aus dieſen 16 Angaben das

Mittel . . . 0. 40. 6,4. als *Mittagsunterſchied zwiſchen Paris und Leipzig*, Leipzig öſtlich von Paris.

Länge von Leipzig . . 30° 1. 36.

Zusatz zu §. 49.

Ohne die Länge des Neunzigsten = l und die Breite des Neunzigsten = b vorher zu berechnen, die Werthe von p″, B′ und $\frac{1}{2}$ d′ zu finden, dienen folgende Formeln:

1) $u = \frac{\varrho \cdot \pi''}{\text{Cosin } B}$ hier hat man nur log u zu finden

2) $a = u.\ \text{Cosin } \varphi'.\ \text{Cosin } \mu$, hier braucht man ebenfalls nur log a zu wissen, aber dabey muss man bemerken, ob a positiv oder negativ sey.

3) $D = u.\ \text{Sin } \varphi'.\ \text{Sin } \omega$, die Zahl D bedeutet Sekunden.

4) $E = u.\ \text{Cos } \varphi'.\ \text{Cos } \omega.\ \text{Sin } \mu$, ... E . . . . .

5) $F = \varrho\pi''\ \text{Sin } \varphi'\ \text{Cosin } \omega$, ... F . . . .

6) $G = \varrho\pi''\ \text{Cos } \varphi'.\ \text{Sin } \omega.\ \text{Sin } \mu$, . . . G . . . . .

7) $R = F - G$ . . . . R . . . .

Diese Zahl R ist einerley mit C der Formel III, oder 3, Seite 157.

8) $P = a.\ \text{Sin } L - (D + E).\ \text{Cosin } L$

Die Zahl a. Sin L bedeutet Sekunden, positiv oder negativ;

so auch (D + E). Cosin L . . . .

desgleichen P. Diese Sekunden werden aber alsdann in Minuten und Sekunden ausgedrückt, und man bemerket dabey, ob P positiv oder negativ gefunden wird.

9) $Q = a.\ \mathrm{Cosin}\ L + (D+E).\ \mathrm{Sin}\ L$

a. Cosin L bedeutet Sekunden + oder —.
(D+E). Sin L . . . .
Q ebenfalls, und wird in Minuten und Sekunden ausgedrückt. Es muſs nun aber der Werth von 90° — Q mit dem aus Formel I, oder Formel 1, Seite 157 ſich ergebenden Werthe für A übereinſtimmen.

10) $$\mathrm{Tang}\ p'' = \frac{\frac{1}{2}\ \mathrm{Sin}\ P}{\mathrm{Cosin}\ B.\ \mathrm{Sin}^2 \frac{1}{2}\,(90° - Q)}$$

Hier iſt $\frac{1}{2}(90° - Q) = \frac{1}{2}A$ der Formel II, IV und V, oder 2, 4 und 5, Seite 157.

11) $$\mathrm{Tang}\ B' = \frac{\mathrm{Sin}\ \frac{1}{2}(B-R).\ \mathrm{Cosin}\ \frac{1}{2}(B+R).\ \mathrm{Cosin}\ p''}{\mathrm{Cosin}\ B.\ \mathrm{Sin}^2 \frac{1}{2}\,(90° - Q)}$$

12) $$\frac{1}{2}d' = \frac{\frac{1}{2}\mathrm{Cosin}\ p''.\ \mathrm{Cosin}\ B'.\ \frac{1}{2}d}{\mathrm{Cosin}\ B.\ \mathrm{Sin}^2 \frac{1}{2}\,(90° - Q)}$$

Die Formeln 11 und 12. ſind einerley mit IV und 5, Seite 157, denn es iſt R = C und 90° — Q = A. Uebrigens ſind die Winkel in allen dieſen Formeln durchaus kleiner als 90° vorausgeſetzt; werden ſie gröſser, ſo muſs man den dazu gehörigen trigonometriſchen Linien ihre gehörigen Zeichen geben.

Beyspiel zu diesen Formeln, für den Anfang der Sonnenfinsterniss.

$$10+\log\varrho = 9{,}9991196$$
$$\log\pi'' = 3{,}5625308$$

$$\text{Summe} = 13{,}5616504$$
$$\log \text{Cosin } B = 9{,}9999318$$

$$\log u = 3{,}5617186$$
$$\log \text{Cosin } \Phi' = 9{,}7973646$$
$$\log \text{Cosin } \mu = 9{,}9993780$$

verneint

$$\log a = 3{,}3584612$$

a ist verneint.

Z

$$\log u = 3{,}5617186$$
$$\log \text{Sin } \Phi' = 9{,}8914853$$
$$\log \text{Sin } \omega = 9{,}6001521$$

$$\log D = 3{,}0533560$$
$$D = 1130{,}7''$$

$$\log u = 3{,}5617186$$
$$\log \text{Cosin } \Phi' = 9{,}7973646$$
$$\log \text{Cosin } \omega = 9{,}9625012$$
$$\log \text{Sin } \mu = 8{,}7282186$$

bejaht

$$\log E = 2{,}0498030$$
$$E = 112{,}151''$$
$$\text{oder} = 112{,}2.$$

$$\log\varrho = 9{,}9991196 - 10$$
$$\log\pi'' = 3{,}5625308$$
$$\log \text{Sin } \Phi' = 9{,}8914853$$
$$\log \text{Cosin } \omega = 9{,}9625012$$

$$\log F = 3{,}4156369$$
$$F = 2604''$$

$$\log\varrho = 9{,}9991196 - 10$$
$$\log\pi'' = 3{,}5625308$$
$$\log \text{Cosin } \Phi' = 9{,}7973646$$
$$\log \text{Sin } \omega = 9{,}6001521$$
$$\log \text{Sin } \mu = 8{,}7282186$$

bejaht

$$\log G = 1{,}6873857$$
$$G = 48{,}684''$$
$$F = 2604.$$

$$F - G = R = 2555. = C$$

Seite 159 wie gehörig.

log a = 3,3584612
verneint
log Sin L = 9,9991063
log (a. Sin L) = 3,3575675
a. Sin L = − 2278,1″

D = 1130,7″
E = 112,2.
D + E = 1242,9
log (D + E) = 3,0944362
log Cofin L = 8,8067713
verneint
log (D + E). Cos L = 1,9012075
(D + E). Cos L = − 79,7″
a. Sin L = − 2278,1.
P = − 2198,4
= 0° 36′ 38″
negativ.

log a = 3,3584612
verneint
log Cofin L = 8,8067713
verneint
log a Cos L = 2,1652325
pofitiv
a Cofin L = 146,3″

log (D + E) = 3,0944362
log Sin L = 9,9991063
log (D + E) Sin L = 3,0935425
(D + E) Sin L = 1240,3″
a Cofin L = 146,3.
Q = 1386,6.
= 0° 23′ 7″
90° = 89. 59 60.
90° − Q = 89. 36. 53.
= A Seite 158
wie gehörig.

30 + log $\frac{1}{2}$ = 29,6989700
log Sin P = 8,0275943
negativ
Summe = 37,7265643
Beftänd. Nenn. = 29,6959694
Seite 158.
log Tang p″ = 8,0305949
p″ = − 0 36′ 53″
eben fo wie Seite 159.

Die letzten zwey Formeln 11 und 12, welche B′ und $\frac{1}{2}$ d′ geben, find fchon S. 160 berechnet.

Zusatz zu §. 48, 49 und 50, oder zu Num. 22 *bis* 27.

Es läſst ſich auch folgender Weg nehmen, um vermittelſt der Höhe des Neunzigſten $= 90° - b$ und der Länge deſſelben $= l$, die Parallaxe der Länge $= p''$ und Breite $= q$ des Mondes, ſeine ſcheinbare Länge $= L'$ und Breite $= B'$, und den ſcheinbaren Abſtand der Mittelpunkte von Sonne und Mond $= \Delta$ zu erhalten.

I. *Formeln für die Höhe und Länge des Nonageſimus.*

1) $\mu =$ wahr. gerad. Aufſteigung der $\odot +$ wahr. Zeit in Graden des Aequators

oder welches auf eins hinausläuft, wie §. 46 Num. 15

$=$ mittlerer Länge der Sonne $+$ mittlerer Zeit in Graden des Aequators.

Kommt μ, welches die gerade Aufſteigung der Mitte des Himmels iſt, durch dieſe Addition $> 360°$ heraus, ſo gebraucht man $\mu - 360°$ anſtatt μ.

2) $\beta = \mu \backsim 270°$; und wenn die Polhöhe Südl. iſt $= \mu \backsim 90$.

Kommt $\beta > 180°$ heraus, ſo nimmt man $360° - \beta$ anſtatt β.

3) $\delta = 90° - \varphi' - \omega$

4) $\varepsilon = 90° - \varphi' + \omega$

5) $\text{Tang}\, \zeta = \dfrac{\text{Cotang}\, \frac{1}{2}\beta.\ \text{Sin}\, \frac{1}{2}\delta}{\text{Sin}\, \frac{1}{2}\varepsilon}$

6) $\text{Tang}\, \vartheta = \dfrac{\text{Cotang}\, \frac{1}{2}\beta\ \ \text{Coſin}\, \frac{1}{2}\delta}{\text{Coſin}\, \frac{1}{2}\varepsilon}$

7) $\text{Tang}\, \frac{1}{2}(90° - b) = \dfrac{\text{Tang}\, \frac{1}{2}\delta.\ \text{Sin}\, \vartheta}{\text{Sin}\, \zeta}$

8) $l = 90° \pm (\zeta + \vartheta)$ Das Zeichen + findet ſtatt, wenn $\mu > 90°$ und $< 270°$ iſt; das Zeichen — in den übrigen Fällen; wenn aber alsdann $\zeta + \vartheta > 90°$ iſt, ſo werden 360° zum zweyten Gliede addirt.

Für Südliche Polhöhe iſt $l = 270° \mp (\zeta + \vartheta)$ Das Zeichen — findet ſtatt, wenn $\mu > 90°$ und $< 270°$ iſt; das Zeichen + in den übrigen Fällen; wenn aber alsdann $l > 360°$ erhalten wird, ſo nimmt man $l - 360°$ ſtatt l.

II. *Formeln für die Parallaxe der Länge und Breite, ſo wie auch für die ſcheinbare Länge und Breite des Mondes.*

9) $\nu = l \backsim L$ Wenn $\nu > 180°$ iſt, ſo gebraucht man $180° - \nu$ für ν.

10) $o = \varrho . \pi''$

11) $p'' = \dfrac{o . \text{Sin}\,(90° - b) . \text{Sin}\,(\nu + p'')}{\text{Coſin}\,B}$

12) $L' = L \pm p''$ Das Zeichen + findet ſtatt, wenn der Punkt der Ekliptik, welcher die wahre Länge des Mondes bezeichnet, öſtlich vom Nonageſimus entfernt iſt; das Zeichen — hingegen, wenn der Mond nach Weſten vom Nonageſimus abſteht.

13) $q =$

$$\frac{p'' . \text{Cos}\,B}{\text{Sin}\,\nu} \left(\text{Cotang}\,(90° - b) - \text{Cos}\,(\nu + \tfrac{1}{2} p'') . \text{Tang}\,B\right) . \text{Cos}\,B'$$

14) $B' = B \pm q$ Das Zeichen + wird gebraucht, wenn die wahre ☽breite Südlich iſt; das Zeich. — wird gebraucht, wenn die wahre ☽br. Nördlich iſt. Das Gegentheil findet ſtatt, wenn q negativ gefunden wird.

Bey Südlicher Polhöhe wird in dieſer Regel + in — und — in + umgeändert.

III. *Formeln für den ſcheinbaren Abſtand der Mittelpunkte der Sonne und des Mondes.*

15) $\tau = L' \backsim S$ wo S die wahre Länge der Sonne bedeutet.

16) $$\text{Tang}\,\xi = \frac{\text{Sin}\,\frac{1}{2}\,\tau}{\text{Sin}\,\frac{1}{2}\,B'} \cdot \sqrt{\text{Coſin}\,B'}$$

17) $$\text{Sin}\,\tfrac{1}{2}\,\Delta = \frac{\text{Sin}\,\frac{1}{2}\,B'}{\text{Coſin}\,\xi}$$

Oder ſtatt 16 und 17:

18) $$\text{Tang}\,\xi = \frac{\tau.\,\text{Coſin}\,\frac{1}{2}\,B'}{B'}$$

19) $$\Delta = \frac{B'}{\text{Coſin}\,\xi}$$

Anwendung dieser Formeln auf die Rechnung für den Anfang der Sonnenfinsterniss.

$$\mu = 176^\circ\, 56'\, 3''$$
$$\text{subtr. von } 270.\ 0.\ 0.$$
$$\beta = 93.\ 3.\ 57.$$
$$\tfrac{1}{2}\beta = 46.\ 31.\ 59.$$
$$\varphi' = 51.\ 9.\ 38.$$
$$\omega = 23.\ 28.\ 7.$$
$$\varphi' + \omega = 74.\ 37.\ 45.$$
$$\text{subtr. von } 90.\ 0.\ 0.$$
$$\delta = 15.\ 22.\ 15.$$
$$\tfrac{1}{2}\delta = 7.\ 41.\ 7.$$
$$\varphi' - \omega = 27.\ 41.\ 21.$$
$$\text{subtr. von } 90.\ 0.\ 0.$$
$$\varepsilon = 62.\ 18.\ 39.$$
$$\tfrac{1}{2}\varepsilon = 31.\ 9.\ 20.$$

$$\text{Log Cotang } \tfrac{1}{2}\beta = 9{,}9767482$$
$$\log \text{Sin } \tfrac{1}{2}\delta = 9{,}1262339$$
$$\text{Summe} = 19{,}1029821$$
$$\log \text{Sin } \tfrac{1}{2}\varepsilon = 9{,}7137957$$
$$\log \text{Tang } \zeta = 9{,}3891864$$
$$\zeta = 13\ 46'\ 1''$$
$$\log \text{Cotang } \tfrac{1}{2}\beta = 9{,}9767482$$
$$\log \text{Cosin } \tfrac{1}{2}\delta = 9{,}9960814$$
$$\text{Summe} = 19{,}9728296$$
$$\log \text{Cosin } \tfrac{1}{2}\varepsilon = 9{,}9323549$$
$$\log \text{Tang } \vartheta = 10{,}0404747$$
$$\vartheta = 47^\circ\ 39'\ 58''$$
$$\zeta + \vartheta = 61.\ 25.\ 59.$$
$$\text{hiezu addirt} \ldots 90.\ 0.\ 0.$$
$$l = 151.\ 25.\ 59.$$

Länge des Nonagesimus.

$$\log \text{Tang } \tfrac{1}{2}\delta = 9{,}1301525$$
$$\log \text{Sin } \vartheta = 9{,}8687813$$
$$\text{Summe} = 18{,}9989338$$
$$\log \text{Sin } \zeta = 9{,}3765279$$
$$\log \text{Tang } \tfrac{1}{2}(90^\circ - b) = 9{,}6224059$$
$$\tfrac{1}{2}(90^\circ - b) = 22^\circ\ 44'\ 33{,}7''$$
$$90^\circ - b = 45.\ 29.\ 7.$$

Höhe des Nonagesimus.

$$l = 151^\circ\ 25'\ 59''$$
$$L = 93.\ 40.\ 28.$$
$$l-L = 57.\ 45.\ 31.$$
$= \nu$ oder Entfernung des ☽ vom Nonagesimus, *Westlich.*

$$\log \varrho = 9{,}9991196 - 10$$
$$\log \pi'' = 3{,}5625308$$
$$\log o = 3{,}5616504$$
$$o = 3644{,}6''$$
$= 60'\ 45''$ Differenz der Horizontalparallaxen von ☉ und ☽ für Leipzig.

In der Formel für p'' kommt schon p'' vor, diese berechnet man daher also: da

$$p'' = \frac{o.\ \mathrm{Sin}\,(90^\circ - b).\ \mathrm{Sin}\,(\nu + p'')}{\mathrm{Cosin}\ B}$$

so sucht man erstlich

$$p'' = \frac{o.\ \mathrm{Sin}\,(90^\circ - b)}{\mathrm{Cosin}\ B}.\ \mathrm{Sin}\ \nu$$

daraus findet man ein genähertes p''; und nun addirt man dieses genäherte p'' zu ν, sucht $\log \mathrm{Sin}\,(\nu + p'')$ den man zu dem vorher gefundenen

$$\log \frac{o.\ \mathrm{Sin}\,(90^\circ - b)}{\mathrm{Cosin}\ B}$$

addirt; so bekommt man p'' genau.

Rechnung um p″ *desgleichen* L′ *zu finden.*

Log o = 3,5616504	
log Sin (90° — b) = 9,8531324	
Summe = 13,4147828	
log Cosin B = 9,9999318	
log Const = 3,4148510	
log Sin ν = 9,9272718	
log p″ genäh. = 3,3421228	
p″ genäh. = 2198″	
= 0° 36′ 38″	
ν = 57. 45. 31.	
ν+p″ = 58. 22. 9.	
log Sin (ν+p″) = 9,9301565	
log Const = 3,4148510	
log p″ genau = 3,3450075	
p″ = 2213″	
= 0° 36′ 53″	
Längenparallaxe des ☽.	

Es ist hier, da L<l oder der Mond westlich vom Nonagesimus steht, p″ *negativ*, d. i.

L′ = L — p″

L = 93° 40′ 28″

p″ = 0 36 53.

L′ = 93. 3 35.

Scheinbare Länge des ☽.

Um q zu finden, ist fürs erste zu berechnen:

$$\frac{p''. \text{ Cosin B}}{\text{Sin } \nu}. \text{ Cotang } (90° - b)$$

dies giebt den *ersten Theil von* q beynahe. Hierauf addirt man bey wahrer Südlicher ☽sbreite, oder subtrahirt bey Nördlicher ☽breite, diesen gefundenen ersten Theil von q zu oder von der wahren Breite des Mondes = B; so erhalt man eine scheinbare Breite des Mondes, und nun log Cosin dieser nur gefundenen scheinbaren Breite des ☽ zu den log des ersten Theils von q addirt, giebt den log des ersten Theils von q genau, und also auch *den ersten Theil von* q *genau.*

Es ist zweytens zu berechnen:

$$-\frac{p''. \text{Cosin } B}{\text{Sin } \nu}. \text{Cosin } (\nu + \tfrac{1}{2} p''). \text{Tang } B. \text{Cosin } B'$$

dies giebt nemlich *den zweyten Theil von* q; er wird positiv, wenn die ☽breite Südlich ist, wegen Tang B, und negativ, wie er in der Formel angenommen ist, wenn die ☽sbreite Nördlich ist. Letzterer Fall findet in gegenwärtigem Beyspiel statt, wo die Breite des Mondes Nördlich ist.

Rechnung für den ersten Theil von q.

Log p″	=	3,3450075
log Cosin B	=	9,9999318
Summe	=	13,3449393
log Sin ν	=	9,9272718
Beständig. Log	=	3,4176675
log Cotang (90° — b)	=	9,9926430
log des erst. Theils von q, beynahe	=	3,4103105
Erster Theil von q, beynahe	=	2572″
	=	0° 42′ 52″
subtrahirt von B	=	1. 0. 56. Nö.
Genähert. B′	=	0. 18. 4. —
log Cosin B′	=	9,9999940
log des erst. Theils von q, beynahe	=	3,4103105
log des erst. Theils von q, genau	=	3,4103045
Erster Theil von q, genau	=	2572,2″
	=	0° 42′ 52,2″

Rechnung für den zweyten Theil von q und B'.

p'' =	0° 36′ 53″		Beständig. log =	3,4176675
$\frac{1}{2} p''$ =	0. 18. 26.		log Cosin $(\nu + \frac{1}{2} p'')$ =	9,7234101
ν =	57. 45. 31.		log Tang B =	8,2486265
$\nu + \frac{1}{2} p''$ =	58. 3. 57.		log Cosin B' genäh. =	9,9999940

log des zweyten Theils von q = 1,3896981

Zweyter Theil von q = 24,53″

Subtrahirt vom ersten Theil von q = 0° 42′ 52,20″

q = 0. 42. 28. Breitenparallaxe des ☽.

B = 1. 0. 56. Nö.

B' = 0. 18. 28. — Scheinbare Breite des ☽.

Rechnung für den scheinbaren Abstand der Mittelpunkte von ☉ und ☽.

$L' = 93° \; 3' \; 35''$
$S = 93. \; 30. \; 21$
$S - L' = 0. \; 26. \; 46.$
$= \tau$
$\frac{1}{2}\tau = 0. \; 13. \; 23.$
$B' = 0. \; 18. \; 28.$
$\frac{1}{2}B' = 0. \; 9. \; 14.$

$10 + \log \text{Sin} \frac{1}{2}\tau = 17{,}5902893$
$\log \text{Sin} \frac{1}{2}\tau = 7{,}5902893$
$\log \text{Cosin } B' = 9{,}9999937$
$\text{Summe} = 35{,}1805723$
$\log \text{Sin} \frac{1}{2}B' = 7{,}4290841$
$\text{Rest} = 27{,}7514882$
$\log \text{Sin} \frac{1}{2}B' = 7{,}4290841$
$2. \log \text{Tang } \xi = 20{,}3224041$
$\log \text{Tang } \xi = 10{,}1612021$
$\xi = 55° \; 23' \; 51''$
$10 + \log \text{Sin} \frac{1}{2}B' = 17{,}4290841$
$\log \text{Cosin } \xi = 9{,}7542563$
$\log \text{Sin} \frac{1}{2}\Delta = 7{,}6748278$
$\frac{1}{2}\Delta = 0° \; 16' \; 15{,}56''$
$\Delta = 0 \; 32. \; 31.$
$= 1951.$

Scheinbarer Abstand der Mittelpunkte.

Oder nach Form. 18 und 19.

$\tau = 0° \; 26' \; 46''$
$= 1606.$
$B' = 0. \; 18. \; 28.$
$= 1108.$
$\log \tau = 3{,}2057455$
$\log \text{Cosin} \frac{1}{2}B' = 9{,}9999984$
$\text{Summe} = 13{,}2057439$
$\log B' = 3{,}0445398$
$\log \text{Tang } \xi = 10{,}1612041$
$\xi = 55° \; 23' \; 51''$
$\log \text{Cosin } \xi = 9{,}7542563$
$10 + \log B' = 13{,}0445398$
$\log \Delta = 3{,}2902835$
$\Delta = 1951''$

Ueberſicht der im vorigen Zuſatz berechneten Gröſsen.

		°	′	″
μ	=	176	56	3
β	=	93	3	57
ϖ'	=	51	9	38
δ	=	15	22	15
[illegible]	=	62	18	39
ζ	=	13	46	1
ϑ	=	47	39	58
$90° - b$	=	45	29	7
l	=	151	25	59
ν	=	57	45	31
o	=	0	60	45
p''	=	0	36	53
L'	=	93	3	35
q	=	0	42	28
B'	=	0	18	28
τ	=	0	26	46
ξ	=	55	23	51
Δ	=			1951

Verbeſſerung

zum dritten Bande dieſes Handbuchs.

Seite 173 in der vorletzten Zeile leſe man *zu* ſtatt *von*, und in der letzten Zeile *hinzuſetzt* anſtatt *ſubtrahirt*.